

## Aufgabe 9.1

Für ein Überschallverkehrsflugzeug ist die erforderliche Triebwerksleistung für folgenden Auslegungspunkt abzuschätzen:

geg.:

Flughöhe:	$H$	=	19	[km]
Flugmachzahl	$M_\infty$	=	2.2	[-]
Flugzeugmasse	$m$	=	$180 \cdot 10^3$	[kg]
Lastvielfaches	$n_z$	=	1	[-]

a) Berechnen Sie für die angegebene Flughöhe  $H$  und Machzahl  $M_\infty$  entsprechend der ISA-Standardatmosphäre:

Statische Temperatur  $T$ , Schallgeschwindigkeit  $c$ , Fluggeschwindigkeit  $V_\infty$ , statischer Druck  $p$ , Dichte  $\rho$ , dynamischen Druck  $\bar{q}$ , dynamische Viskosität  $\mu$ , und kinematische Viskosität  $\nu$ .

Isotherme Schichtung ( $11 \text{ km} \leq H \leq 20 \text{ km}$ ):

$$\begin{aligned} H_A &= 11 \cdot 10^3 \text{ [m]} \\ T_A &= 216.65 \text{ [K]} \\ p_A &= 22632 \text{ [Pa]} \\ \rho_A &= 0.3639 \text{ [kg/m}^3\text{]} \end{aligned}$$

$$T_{H=19 \text{ km}} = T_{H=11 \text{ km}} \Rightarrow T = 216.65 \text{ [K]}$$

$$c = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T} = \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 216.65} \Rightarrow c = 295 \text{ [m/s]}$$

$$V_\infty = M \cdot c = 2.2 \cdot 295 \Rightarrow V_\infty = 649 \text{ [m/s]}$$

$$p_{H=19 \text{ km}} = p_A \cdot e^{-\left(\frac{g_0}{R \cdot T_h}\right) \cdot (H - H_A)} = 22632 \cdot e^{-\left(\frac{9.81}{287 \cdot 216.65}\right) \cdot (19 \cdot 10^3 - 11 \cdot 10^3)} \Rightarrow p = 6406 \text{ [Pa]}$$

$$\rho_{H=19 \text{ km}} = \rho_A \cdot e^{-\left(\frac{g_0}{R \cdot T_h}\right) \cdot (H - H_A)} = 0.3639 \cdot e^{-\left(\frac{9.81}{287 \cdot 216.65}\right) \cdot (19 \cdot 10^3 - 11 \cdot 10^3)} \Rightarrow \rho = 0.1030 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

bzw. über Zustandsgleichung des idealen Gases:

$$\rho_{H=19 \text{ km}} = \frac{p_H}{R \cdot T_H} = \frac{6406}{287 \cdot 216.65} = 0.1030 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

$$\bar{q} = \frac{\rho_\infty}{2} \cdot V_\infty^2 = \frac{0.1030}{2} \cdot 649^2 \Rightarrow \bar{q} = 21692 \text{ [Pa]}$$

$$\mu = 1.458 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{T^{1.5}}{T + 110.4} = 1.458 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{216.65^{1.5}}{216.65 + 110.4} \Rightarrow \mu = 1.422 \cdot 10^{-5} \text{ [Pa} \cdot \text{s]}$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{1.422 \cdot 10^{-5}}{0.1030} \Rightarrow \nu = 1.3806 \cdot 10^{-4} \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$$

b) Berechnen Sie den Reibungswiderstand, den Wellenwiderstand und den Gesamtwiderstand

Flügel:  $S_{ref} = 200 \text{ m}^2$ ,  $l_{ref} = 10 \text{ m}$   
 Seitenruder:  $S_{ref} = 20 \text{ m}^2$ ,  $l_{ref} = 3 \text{ m}$

Für Flügel als auch Seitenleitwerk wird das gleiche Profil verwendet: Doppelparabel mit  $d = 8\%$ ,  $x_d = 30\%$ ,

Der Rumpf kann durch einen Zylinder mit dem Durchmesser  $D_R = 3 \text{ m}$  und einer Länge von  $l_R = 80 \text{ m}$  angenähert werden.

Es existieren kein Höhenruder, kein Entenleitwerk; Interferenzwiderstände können vernachlässigt werden, ebenso kann der Wellenwiderstand des Rumpfs vernachlässigt werden.

### Reibungswiderstand

Näherungsweise lässt sich der Reibungswiderstand aus dem Reibungsbeiwert  $c_f$  der ebenen Platte bestimmen

**Flügel:**

$$\text{Re} = \frac{l_{ref} \cdot V_\infty}{\nu} = \frac{10 \cdot 649}{1.3806 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \text{Re} = 4.7 \cdot 10^7 [-]$$

$$\text{Diagramm} \Rightarrow c_{f, \text{Flügel}} = 0.0016$$

$$c_{W,r} = c_f = 0.0016$$

$$W_{r, \text{Flügel}} = c_{W,r} \cdot 2 \cdot S_{ref} \cdot \bar{q}_\infty = 0.0016 \cdot 2 \cdot 200 \cdot 21692 \Rightarrow \boxed{W_{r, \text{Flügel}} = 13.883 \text{ [kN]}}$$

**Seitenleitwerk:**

$$\text{Re} = \frac{l_{ref} \cdot V_\infty}{\nu} = \frac{3 \cdot 649}{1.3806 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \text{Re} = 1.4 \cdot 10^7 [-]$$

$$\text{Diagramm} \Rightarrow c_{f, \text{SLW}} = 0.002$$

$$c_{W,r} = c_f = 0.002$$

$$W_{r, \text{SLW}} = c_{W,r} \cdot 2 \cdot S_{ref} \cdot \bar{q}_\infty = 0.002 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 21692 \Rightarrow \boxed{W_{r, \text{Flügel}} = 1.735 \text{ [kN]}}$$

**Rumpf:**

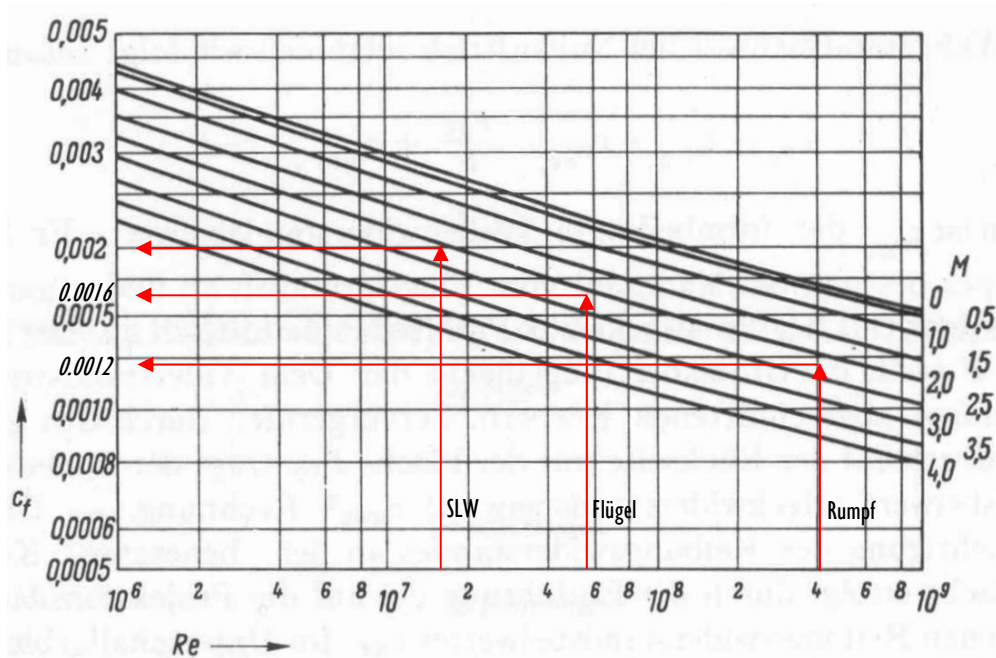
$$\text{Re} = \frac{l_{ref} \cdot V_\infty}{\nu} = \frac{80 \cdot 649}{1.3806 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \text{Re} = 3.76 \cdot 10^8 [-]$$

$$\text{Diagramm} \Rightarrow c_{f, \text{Rumpf}} = 0.0012$$

$$W_{r, \text{Rumpf}} = c_f \cdot (\pi \cdot D_R \cdot l_R) \cdot \bar{q}_\infty = 0.0012 \cdot (\pi \cdot 3 \cdot 80) \cdot 21692 \Rightarrow \boxed{W_{r, \text{Rumpf}} = 19.626 \text{ [kN]}}$$

**Gesamter Reibungswiderstand:**

$$W_{r, \text{ges}} = W_{r, \text{Flügel}} + W_{r, \text{SLW}} + W_{r, \text{Rumpf}} = 13.883 + 1.735 + 19.626 \Rightarrow \boxed{W_{r, \text{ges}} = 35.244 \text{ [kN]}}$$



### Wellenwiderstand

Flügel:  $S_{ref} = 200 \text{ m}^2$ ,  $l_{ref} = 10 \text{ m}$

$$c_{W,w} = k \cdot \underbrace{\frac{\delta^2}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}}_{\text{Pr ofildicke}} + \underbrace{\frac{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}{4} \cdot c_A^2}_{\text{Auftriebsabhängigkeit des Wellenwiderstands für die ebene Platte}}$$

Profil: Doppelparabel,  $d = 8\%$ ,  $x_d = 30\%$ ,  $l_{ref} = 10 \text{ m} \Rightarrow x_d/l = 0.3$

$$k = \frac{4}{3} \cdot \frac{l}{x_d \cdot \left(1 - \frac{x_d}{l}\right)} = \frac{4}{3} \cdot \frac{l}{x_d} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{x_d}{l}\right)} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{0.3 \cdot (1 - 0.3)} \Rightarrow k = 6.349$$

Auftriebsbeiwert:

$$c_A = \frac{A}{\bar{q}_\infty \cdot S_{ref}} = \frac{m \cdot g}{\bar{q}_\infty \cdot S_{ref}} = \frac{180 \cdot 10^3 \cdot 9.81}{21692 \cdot 200} \Rightarrow c_A = 0.407$$

$$c_{W,w,Flügel} = 6.349 \cdot \frac{0.08^2}{\sqrt{2.2^2 - 1}} + \frac{\sqrt{2.2^2 - 1}}{4} \cdot 0.407^2 \Rightarrow c_{W,w} = 0.102$$

Wellenwiderstand des Flügels:

$$W_{W,Flügel} = c_{W,w} \cdot \bar{q}_\infty \cdot S_{ref} = 0.102 \cdot 21692 \cdot 200 \Rightarrow \boxed{W_{W,Flügel} = 442.517 \text{ [kN]}}$$

**Seitenruder:**  $S_{ref} = 20 \text{ m}^2$ ,  $l_{ref} = 3 \text{ m}$

Auftriebsabhängiger Anteil entfällt, da Ruder in Neutralposition

$$c_{w,w} = k \cdot \frac{\delta^2}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}$$

Identisches Profil für SLW und Flügel:

$$k_{SLW} = k_{Flügel} \Rightarrow k = 6.349$$

$$c_{w,w,SLW} = 6.349 \cdot \frac{0.08^2}{\sqrt{2.2^2 - 1}} \Rightarrow c_{w,w} = 0.0207$$

Wellenwiderstand des SLW:

$$W_{w,SLW} = c_{w,w} \cdot \bar{q}_\infty \cdot S_{ref} = 0.0207 \cdot 21692 \cdot 20 \Rightarrow W_{w,SLW} = 8.980 \text{ [kN]}$$

**Gesamter Wellenwiderstand:**

$$W_{w,ges} = W_{w,Flügel} + W_{w,SLW} = 442.517 + 8.980 \Rightarrow W_{w,ges} = 451.497 \text{ [kN]}$$

**Gesamtwiderstand = Schubbedarf**

$$W_{ges} = W_{r,ges} + W_{w,ges} = 35.244 + 451.497 \Rightarrow F = W_{ges} = 486.741 \text{ [kN]}$$