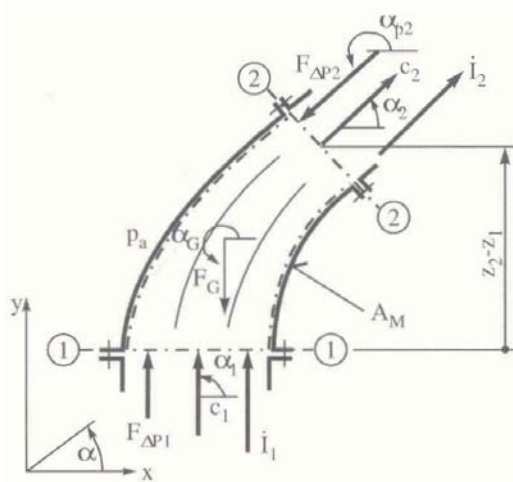


## Kapitel 5 – Musterlösungen

### Üb. 5-1: Rohrkrümmer mit Leitblechen



geg.:

$$D_1 = 300 \text{ mm}$$

$$D_2 = 200 \text{ mm}$$

$$z_2 - z_1 = 400 \text{ mm}$$

$$V = 0,024 \text{ m}^3 \quad (\text{Krümmervolumen})$$

$$\alpha_1 = 90 \text{ grad}$$

$$\alpha_2 = 45 \text{ grad}$$

$$\dot{V} = 0,35 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$p_1 = 1,3 \text{ bar} \quad (\text{Druck in Eintrittsebene})$$

$$p_a = 1,0 \text{ bar} \quad (\text{Außendruck})$$

ges.:

1.  $\vec{F}_K$  Körperkraft auf den Krümmer mit Einbauten unter Berücksichtigung des Außendrucks  $p_a$ ?
2.  $\vec{F}_H$  Haltekraft an den Flanschen?
3.  $\vec{F}_K'$  Körperkraft des Fluids auf Einbauten und innere Krümmerwand ohne Außendruck?

Der Krümmer wird reibungsfrei durchströmt, d.h.  $F_W = 0$

1.  $\vec{F}_K$  Körperkraft auf den Krümmer mit Einbauten unter Berücksichtigung des Außendrucks?

Kontinuitätsgleichung

$$c_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{0,35}{\frac{\pi}{4} \cdot 0,3^2} = 4,951 \text{ m/s} \quad c_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{0,35}{\frac{\pi}{4} \cdot 0,2^2} = 11,14 \text{ m/s}$$

Druckform der Bernoulli-Gleichung von (1)  $\rightarrow$  (2)

$$p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot c_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} \cdot c_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2$$

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot (c_1^2 - c_2^2) + \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2)$$

$$p_2 = 1,3 \cdot 10^5 + \frac{10^3}{2} \cdot (4,951^2 - 11,14^2) - 10^3 \cdot 9,81 \cdot 0,4 = 0,76282 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

## Üb. 5-1: Rohrkrümmer mit Leitblechen

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V} = 10^3 \cdot 0,35 = 350 \text{ kg/s}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{m} \cdot c_1 = 350 \cdot 4,951 = 1732,9 \text{ N}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{m} \cdot c_2 = 350 \cdot 11,14 = 3899 \text{ N}$$

$$F_{\Delta p1} = (p_1 - p_a) \cdot A_1 = (1,3 - 1,0) \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,3^2 = 2120,6 \text{ N}$$

$$F_{\Delta p2} = (p_2 - p_a) \cdot A_2 = (0,76282 - 1,0) \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,2^2 = -745 \text{ N}$$

(negatives Vorzeichen vor  $F_{\Delta p2}$  bedeutet umgekehrte Krafrichtung gegenüber der Skizze)

$$F_G = \rho \cdot V_{\text{Kontrollraum}} \cdot g = 10^3 \cdot 0,024 \cdot 9,81 = 235,44 \text{ N}$$

$$\vec{F}_K = -\dot{m} \cdot (\vec{c}_2 - \vec{c}_1) + \vec{F}_{\Delta p1} + \vec{F}_{\Delta p2} + \vec{F}_G = -\vec{I}_2 + \vec{I}_1 + \vec{F}_{\Delta p1} + \vec{F}_{\Delta p2} + \vec{F}_G$$

$$F_{Kx} = F_K \cdot \cos \alpha = -[\dot{m} \cdot (c_2 \cdot \cos \alpha_2 - c_1 \cdot \cos \alpha_1)] + F_{\Delta p1} \cdot \cos \alpha_1 + F_{\Delta p2} \cdot \cos \alpha_{p2} + F_G \cdot \cos \alpha_G$$

$$F_{Ky} = F_K \cdot \sin \alpha = -[\dot{m} \cdot (c_2 \cdot \sin \alpha_2 - c_1 \cdot \sin \alpha_1)] + F_{\Delta p1} \cdot \sin \alpha_1 + F_{\Delta p2} \cdot \sin \alpha_{p2} + F_G \cdot \sin \alpha_G$$

mit  $\alpha_G = \alpha_1 + 180^\circ$  und  $\alpha_{p2} = \alpha_2 + 180^\circ$

$$F_{Kx} = -\left[ 350 \cdot \left( 11,14 \cdot \cos 45 - \underbrace{4,951 \cdot \cos 90}_{=0} \right) \right] + \underbrace{2120,6 \cdot \cos 90}_{=0} - 745 \cdot \cos 225 + \underbrace{235,44 \cdot \cos 270}_{=0}$$

$$F_{Kx} = -2230,2 \text{ N}$$

$$F_{Ky} = -\left[ 350 \cdot \left( 11,14 \cdot \sin 45 - 4,951 \cdot \underbrace{\sin 90}_{=1} \right) \right] + 2120,6 \cdot \underbrace{\sin 90}_{=1} - 745 \cdot \sin 225 + 235,44 \cdot \underbrace{\sin 270}_{-1}$$

$$F_{Ky} = 1387,2 \text{ N}$$

$$F_K = \sqrt{F_{Kx}^2 + F_{Ky}^2}$$

$$F_K = \sqrt{-2230,2^2 + 1387,2^2} = 2626,4 \text{ N}$$

$$\alpha_K = \arctan\left(\frac{F_{K,y}}{F_{K,x}}\right)$$

$$\alpha_K = \arctan\left(\frac{1387,2}{-2230,2}\right) = -31,88^\circ$$

2.  $\vec{F}_H$  Haltekraft an den Flanschen?

$$\vec{F}_H = -\vec{F}_K = \begin{bmatrix} +2230,2 \\ -1387,2 \end{bmatrix} \text{ N}$$

### Üb. 5-1: Rohrkrümmer mit Leitblechen

3.  $\vec{F}_K'$  Körperkraft des Fluids auf Einbauten und innere Krümmerwand ohne Außendruck?

Einsetzen der Druckkräfte  $\vec{F}_{pi}$  anstelle von  $\vec{F}_{\Delta pi}$ , d.h.

$$\vec{F}_K' = -\dot{m} \cdot (\vec{c}_2 - \vec{c}_1) + \vec{F}_{p1} + \vec{F}_{p2} + \vec{F}_G = -\vec{I}_2 + \vec{I}_1 + \vec{F}_{p1} + \vec{F}_{p2} + \vec{F}_G$$

$$F_{Kx}' = F_K' \cdot \cos \alpha = -[\dot{m} \cdot (c_2 \cdot \cos \alpha_2 - c_1 \cdot \cos \alpha_1)] + F_{p1} \cdot \cos \alpha_1 + F_{p2} \cdot \cos \alpha_{p2} + F_G \cdot \cos \alpha_G$$

$$F_{Ky}' = F_K' \cdot \sin \alpha = -[\dot{m} \cdot (c_2 \cdot \sin \alpha_2 - c_1 \cdot \sin \alpha_1)] + F_{p1} \cdot \sin \alpha_1 + F_{p2} \cdot \sin \alpha_{p2} + F_G \cdot \sin \alpha_G$$

mit  $\alpha_G = \alpha_1 + 180^\circ$  und  $\alpha_{p2} = \alpha_2 + 180^\circ$

$$F_{p1} = p_1 \cdot A_1 = 1,3 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,3^2 = 9189,2 \text{ N}$$

$$F_{p2} = p_2 \cdot A_2 = 0,76282 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,2^2 = 2396,5$$

$$F_{Kx}' = -[350 \cdot (11,14 \cdot \cos 45 - 4,951 \cdot \cos 90)] + 9189,2 \cdot \cos 90 + 2396,5 \cdot \cos 225 + 235,44 \cdot \cos 270$$

$$F_{Kx}' = -4451,6 \text{ N}$$

$$F_{Ky}' = -[350 \cdot (11,14 \cdot \sin 45 - 4,951 \cdot \sin 90)] + 9189,2 \cdot \sin 90 + 2396,5 \cdot \sin 225 + 235,44 \cdot \sin 270$$

$$F_{Ky}' = 2778,3 \text{ N}$$

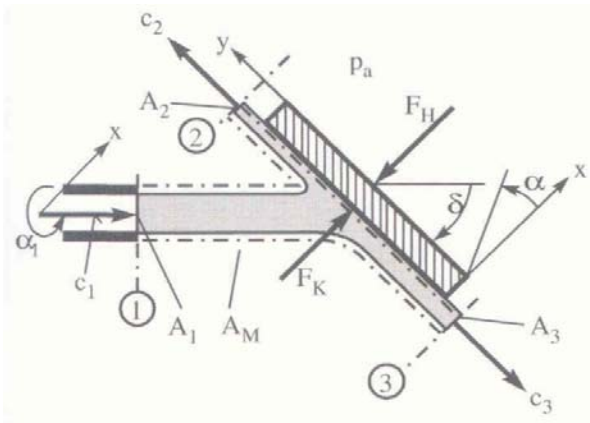
$$F_K' = \sqrt{F_{Kx}'^2 + F_{Ky}'^2}$$

$$F_K' = \sqrt{-4451,6^2 + 2778,3^2} = 5247,4 \text{ N}$$

$$\alpha_K' = \arctan\left(\frac{F_{Ky}'}{F_{Kx}'}\right)$$

$$\alpha_K' = \arctan\left(\frac{2778,3}{-4451,6}\right) = -31,97^\circ$$

## Üb. 5-2: Ebene angeströmte Platte



**geg.:**

Platte wird unter dem Neigungswinkel  $\delta$  angeströmt.  
Potentielle Energien, Reibungskräfte und Massenkräfte können vernachlässigt werden ( $F_G = 0$ )

**ges.:**

1. Strahlkraft auf die Platte bei  $\delta = 90^\circ$  (formelmäßig)
2. Strahlkraft auf die Platte, wenn diese mit  $u < c_1$  in Strahlrichtung bewegt wird

1. Strahlkraft auf die Platte bei  $\delta = 90^\circ$  (formelmäßig)

Es liegt ein Kontrollraum mit zwei Austrittsöffnungen vor

$$\vec{F}_K = - \left[ \sum_{i=1}^n (\dot{m} \cdot \vec{c}_i)_{\text{Austritt}} - \sum_{j=1}^m (\dot{m} \cdot \vec{c}_j)_{\text{Eintritt}} \right] + \sum_{k=1}^{n+m} \vec{F}_{\Delta p k} + \vec{F}_G$$

Es gilt

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_a \quad (\text{freie Oberfläche})$$

$$\Rightarrow F_{\Delta p k} = A_k \cdot (p_k - p_a) = 0$$

Ausrichtung des Koordinatensystems auf die Plattenoberfläche

$$F_K = F_{Kx} = - \left[ (\dot{m}_2 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2 + \dot{m}_3 \cdot c_3 \cdot \cos \alpha_3) - \dot{m}_1 \cdot c_1 \cdot \cos \alpha_1 \right]$$

mit  $\alpha_2 = 90^\circ$ ,  $\alpha_3 = 270^\circ$ ,  $\alpha_1 = 270^\circ + \delta \Rightarrow \cos \alpha_1 = \sin \delta$  und  $\dot{m}_1 = \dot{m}$  gilt

$$F_K = F_{Kx} = - \left[ \left( \dot{m}_2 \cdot c_2 \cdot \underbrace{\cos \alpha_2}_{=0} + \dot{m}_3 \cdot c_3 \cdot \underbrace{\cos \alpha_3}_{=0} \right) - \dot{m}_1 \cdot c_1 \cdot \cos \alpha_1 \right]$$

$$\Rightarrow F_K = \dot{m}_1 \cdot c_1 \cdot \sin \delta = \rho \cdot A_1 \cdot c_1^2 \cdot \sin \delta \quad \text{für } \delta = 90^\circ \text{ gilt}$$

$$\boxed{F_K = \rho \cdot A_1 \cdot c_1^2}$$

2. Strahlkraft auf die Platte, wenn diese mit  $u < c_1$  in Strahlrichtung bewegt wird

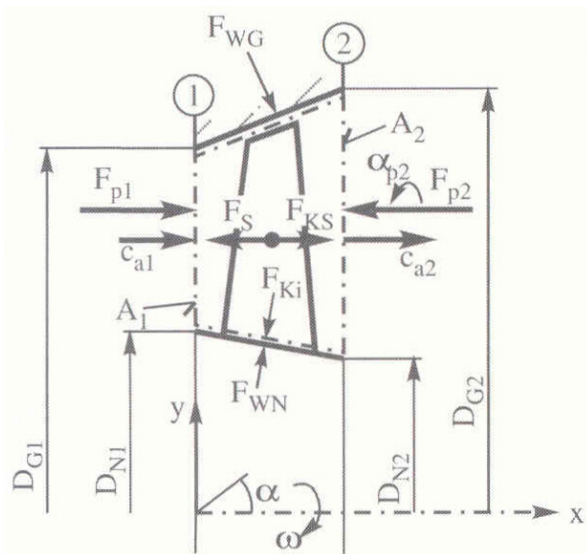
Kontrollraum wird mit der Platte mitbewegt  $\Rightarrow$  stationäre Umströmung der Platte

Massestrom tritt mit der Relativgeschwindigkeit  $w_1' = c_1 - u$  bei (1) in den Kontrollraum ein

$$\dot{m} = \rho \cdot A_1 \cdot (c_1 - u)$$

$$\Rightarrow \boxed{F_K' = \rho \cdot A_1 \cdot (c_1 - u)^2 \cdot \sin \delta}$$

### Üb. 5-3: Dampfturbinenschaufel



geg.:

$$D_{G1} = 950 \text{ mm}$$

$$D_{N1} = 530 \text{ mm}$$

$$D_{G2} = 1020 \text{ mm}$$

$$D_{N2} = 495 \text{ mm}$$

$$c_{a1} = 150 \text{ m/s} \quad (\text{Axialgeschwindigkeit})$$

$$c_{a2} = 165 \text{ m/s}$$

$$\rho_1 = 0,127 \text{ kg/m}^3$$

$$p_1 = 0,1836 \text{ bar}$$

$$p_2 = 0,14 \text{ bar}$$

ges.: Axialschub  $F_{ax}$  auf Rotor und Schaufel im Bereich der Endschaufel

allgemein:

$$\vec{F}_K = \vec{F}_{Ki} + \vec{F}_{KS} = -(\vec{F}_W + \vec{F}_S) = -\dot{m} \cdot (\vec{c}_2 - \vec{c}_1) + \vec{F}_{p1} + \vec{F}_{p2} + \vec{F}_G$$

⇒

$$F_{a,x} = F_{Ki,x} + F_{KS,x} = -\dot{m} \cdot (c_{a2} \cdot \cos \alpha_2 - c_{a1} \cdot \cos \alpha_1) + F_{p1} \cdot \cos \alpha_1 + F_{p2} \cdot \cos \alpha_2 + F_{WG,x} + F_G \cdot \cos \alpha_G$$

$$\dot{m} = \rho_1 \cdot c_{a1} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_{G1}^2 - D_{N1}^2) = 0,127 \cdot 150 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0,95^2 - 0,53^2) = 9,3 \text{ kg/s}$$

$$F_{p1} = p_1 \cdot A_1 = 0,1836 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0,95^2 - 0,53^2) = 8963,4 \text{ N}$$

$$F_{p2} = p_2 \cdot A_2 = 0,14 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (1,02^2 - 0,495^2) = 8745,6 \text{ N}$$

$F_{WG,x}$  = Von der Gehäusewand in  $x$ -Richtung auf das Fluid ausgeübte Kraft, Berechnung mit gemitteltem Druck  $\bar{p}$

$$\bar{p} = \frac{1}{2} \cdot (p_1 + p_2) = \frac{1}{2} \cdot (0,1836 + 0,14) \cdot 10^5 = 0,1618 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$F_{WG,x} = \bar{p} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_{G2}^2 - D_{G1}^2) = 0,1618 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (1,02^2 - 0,95^2) = 1752,4 \text{ N}$$

mit

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ, \alpha_{p2} = 180^\circ, \alpha_G = 270^\circ$$

gilt

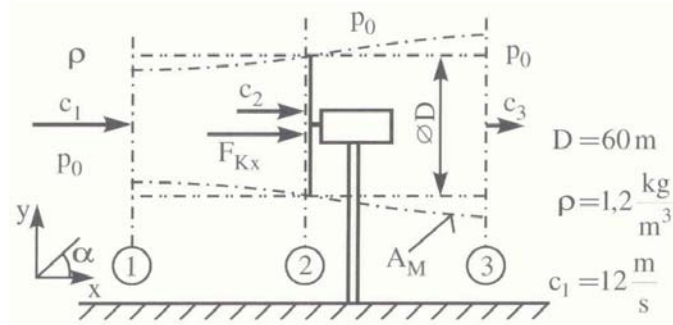
$$\Rightarrow F_{a,x} = -\dot{m} \cdot \left( c_{a2} \cdot \underbrace{\cos 0}_{=1} - c_{a1} \cdot \underbrace{\cos 0}_{=1} \right) + F_{p1} \cdot \underbrace{\cos 0}_{=1} + F_{p2} \cdot \underbrace{\cos 180}_{=-1} + F_{WG,x} + F_G \cdot \underbrace{\cos 270}_{=0}$$

$$\Rightarrow F_{a,x} = -\dot{m} \cdot (c_{a2} - c_{a1}) + F_{p1} + F_{p2} + F_{WG,x}$$

$$\Rightarrow F_{a,x} = -9,3 \cdot (165 - 150) + 8963,4 - 8745,6 + 1752,4$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{a,x} = 1830,7 \text{ N}}$$

## Üb. 5-4: Windkraftturbine



ges.:

1. Maximale ideale Turbinenleistung  $P_{Turb, max}$
2. Schubkraft auf den Rotor  $F_{Kx}$

1. Maximale ideale Turbinenleistung  $P_{Turb}$

Maximale Leistung  $P_W$ , die durch den Wind zur Verfügung gestellt wird (zylindrische Stromröhre vom Durchmesser  $D$ ,  $A_1 = A_2$ ,  $c_1 = c_2$ )

$$P_W = \dot{E}_{kin} = \dot{m} \cdot \frac{c_1^2}{2}, \quad \dot{m} = \rho \cdot c_1 \cdot A_2$$

$$\Rightarrow P_W = \frac{\rho}{2} \cdot c_1 \cdot A_2 \cdot c_1^2 = \frac{\rho}{2} \cdot A_2 \cdot c_1^3 = \frac{1,2}{2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 60^2 \cdot 12^3 = 2,931 \text{ MW}$$

Turbinenleistung  $P_{Turb}$  entspricht Energieabnahme von (1)  $\rightarrow$  (3)

$$P_{Turb} = \Delta \dot{E}_{kin,1-3} = \dot{m} \cdot \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}$$

mit gemittelter Axialgeschwindigkeit  $c_2$  am Rotor der Turbine  $c_2 = \frac{c_3 + c_1}{2}$  folgt für den

Massestrom

$$\dot{m} = \rho \cdot c_2 \cdot A_2 = \rho \cdot \frac{c_3 + c_1}{2} \cdot A_2$$

$$\Rightarrow P_{Turb} = \dot{m} \cdot \frac{c_3^2 - c_1^2}{2} = \rho \cdot \frac{c_3 + c_1}{2} \cdot A_2 \cdot \frac{c_3^2 - c_1^2}{2} = \underbrace{\frac{\rho}{2} \cdot A_2 \cdot c_1^3}_{=P_W} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{c_3}{c_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{c_3^2}{c_1^2}\right)}_{=c_p}$$

$$c_p = \frac{P_{Turb}}{P_W} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{c_3}{c_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{c_3^2}{c_1^2}\right)$$

Leistungsbeiwert der idealen Windturbine

Maximaler Leistungsentzug durch Extremwertberechnung

$$\frac{dc_p}{d\left(\frac{c_3}{c_1}\right)} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow \frac{d}{d\left(\frac{c_3}{c_1}\right)} \left[ \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{c_3}{c_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{c_3^2}{c_1^2}\right) \right] = 0$$

mit  $x = \frac{c_3}{c_1}$  folgt

### Üb. 5-4: Windkraftturbine

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{2} \cdot (1+x) \cdot (1-x^2) \right] = \frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{2} \cdot (1-x^2+x-x^3) \right] = \frac{1}{2} \cdot (-2 \cdot x + 1 - 3 \cdot x^2) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{2}{3} \cdot x - \frac{1}{3} = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = -\frac{2}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{6}\right)^2 + \frac{1}{3}} \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{1}{3} = \left(\frac{c_3}{c_1}\right)_{opt.}$$

$$c_{P,opt.} = \frac{1}{2} \cdot \left[ 1 + \left(\frac{c_3}{c_1}\right)_{opt.} \right] \cdot \left[ 1 - \left(\frac{c_3}{c_1}\right)_{opt.}^2 \right] = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{1}{3} \right) \cdot \left[ 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right] = 0,593$$

Maximale Leistung der idealen Windturbine

$$P_{Turb,max} = P_W \cdot c_{P,opt.} = 2,931 \cdot 10^6 \cdot 0,593 = 1,738 \text{ MW}$$

#### Anmerkung:

Der  $c_p$ -Wert von 0,593 wird auch als „*Betz-Faktor*“ bezeichnet und beschreibt die Leistungsgrenze einer Windkraftanlage

#### 2. Schubkraft auf den Rotor $F_{Kx}$

$$\vec{F}_K = -\dot{m} \cdot (\vec{c}_3 - \vec{c}_1) + \vec{F}_{p1} + \vec{F}_{p3} + \vec{F}_W + \vec{F}_G$$

Herrscht auf der Stromröhre und in den Ein- und Austrittsflächen  $A_1$  und  $A_2$  konstanter Druck (Freistrah), so gilt

$$\vec{F}_{p1} + \vec{F}_{p3} + \vec{F}_W = 0, \quad \alpha_1 = \alpha_3 = 0^\circ, \quad F_G \approx 0$$

$$\Rightarrow F_{Kx} = -\dot{m} \cdot \left( c_3 \cdot \underbrace{\cos \alpha_3}_{=1} - c_1 \cdot \underbrace{\cos \alpha_1}_{=1} \right), \quad \dot{m} = \rho \cdot \frac{c_3 + c_1}{2} \cdot A_2$$

$$\Rightarrow F_{Kx} = -\frac{\rho}{2} \cdot A_2 \cdot (c_1 + c_3) \cdot (c_3 - c_1) = -\frac{\rho}{2} \cdot c_1^2 \cdot A_2 \cdot \left( 1 + \frac{c_3}{c_1} \right) \cdot \left( \frac{c_3}{c_1} - 1 \right)$$

mit  $x_1 = \left(\frac{c_3}{c_1}\right)_{opt.} = \frac{1}{3}$  folgt

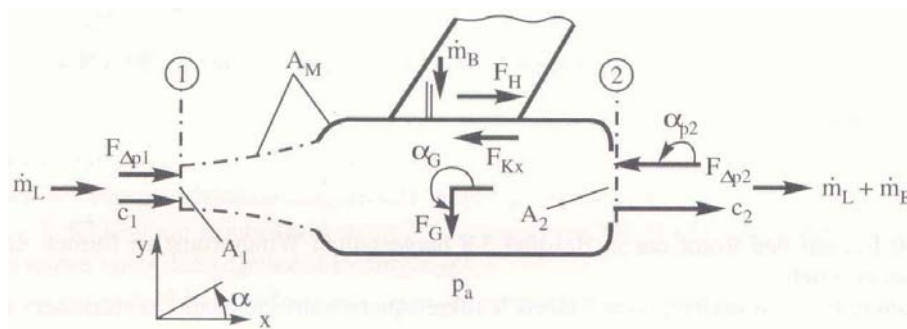
$$\Rightarrow F_{Kx} = -\frac{\rho}{2} \cdot c_1^2 \cdot A_2 \cdot \left( 1 + \frac{1}{3} \right) \cdot \left( \frac{1}{3} - 1 \right) = -\frac{\rho}{2} \cdot c_1^2 \cdot A_2 \cdot \frac{-8}{9} = \frac{1,2}{2} \cdot 12^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 60^2 \cdot \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{Kx} = 217,15 \cdot 10^3 \text{ N}}$$

Schubbeiwert  $c_S$  des Rotors

$$F_{Kx} = c_S \cdot \underbrace{\frac{\rho}{2} \cdot c_1^2}_{=\bar{q} = \text{dyn. Druck}} \cdot A_2 \quad \Rightarrow \quad c_S = \frac{F_{Kx}}{\frac{\rho}{2} \cdot c_1^2 \cdot A_2} = \frac{\frac{8}{9} \cdot c_1^2 \cdot A_2}{\frac{\rho}{2} \cdot c_1^2 \cdot A_2} = \frac{8}{9} \cdot \frac{2}{\rho} = 1,48$$

## Üb. 5-5: Turboluftstrahltriebwerk



$\dot{m}_L = 77 \text{ kg/s}$	Luftmassenstrom
$\dot{m}_B = 4,13 \text{ kg/s}$	Brennstoffmassenstrom
$c_2 = 985 \text{ m/s}$	Strahlaustrittsgeschwindigkeit
$H = 15 \text{ km}$	Flughöhe
$M = 2,0$	Flugmachzahl

ges.:

1. Schubgleichung für ein Einkreis-TL-Triebwerk
2. Schub in der Flughöhe  $H = 15 \text{ km}$ , angepasste Düse d.h.  $p_2 = p_a$

1. Schubgleichung für ein Einkreis-TL-Triebwerk

$$\vec{F}_K = -(\dot{m}_2 \cdot \vec{c}_2 - \dot{m}_1 \cdot \vec{c}_1) + \vec{F}_{\Delta p_1} + \vec{F}_{\Delta p_2} + \vec{F}_G$$

$$F_{Kx} = -[(\dot{m}_L + \dot{m}_B) \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2 - \dot{m}_L \cdot c_1 \cdot \cos \alpha_1] + F_{\Delta p_1} \cdot \cos \alpha_{p_1} + F_{\Delta p_2} \cdot \cos \alpha_{p_2} + F_G \cdot \cos \alpha_G$$

wegen  $p_1 = p_a$  wird  $F_{\Delta p_1} = (p_1 - p_a) \cdot A_1 = 0$  - Im Überschall ist in der Regel  $p_2 \neq p_a$  (keine angepasste Düse) daher wird  $F_{\Delta p_2} = (p_2 - p_a) \cdot A_2 \neq 0$

Mit  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ$ ,  $\alpha_{p_2} = 180^\circ$ ,  $\alpha_G = 270^\circ$

und dem Brennstoff/Luftverhältnis  $\beta = \frac{\dot{m}_B}{\dot{m}_L}$  folgt

$$F_{Kx} = -\dot{m}_L \cdot [(1 + \beta) \cdot c_2 - c_1] - (p_2 - p_a) \cdot A_2$$



## Üb. 5-5: Turboluftstrahltriebwerk

2. Schub in der Flughöhe  $H = 15 \text{ km}$  bei angepasster Düse, d.h.  $p_2 = p_a$

Fluggeschwindigkeit  $c_1$

$$c_1 = M \cdot a_1 = M \cdot \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T} = 2.0 \cdot \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 216,65} = 590,1 \text{ m/s}$$

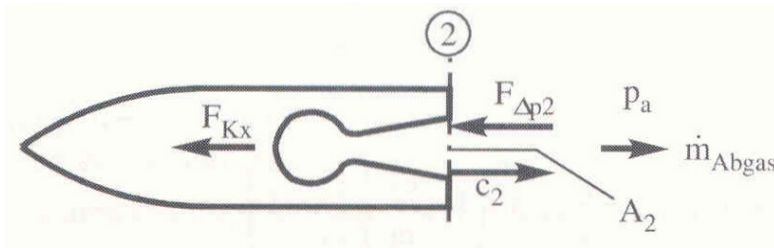
$$\beta = \frac{\dot{m}_B}{\dot{m}_L} = \frac{4,13}{77} = 0,05364$$

$$\Rightarrow F_{Kx} = -\dot{m}_L \cdot [(1 + \beta) \cdot c_2 - c_1] = -77 \cdot [(1 + 0,05364) \cdot 985 - 590,1]$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{Kx} = -34476 \text{ N}}$$

---

## Üb. 5-6: Raketentriebwerk



ges.:

Schubgleichung für ein Raketen-Triebwerk

Im Vergleich zum TL-Triebwerk fehlt hier der Eintrittsimpulsstrom  $\dot{I}_1 = \dot{m} \cdot c_1$

Schubgleichung für ein Raketen-Triebwerk

$$F_{Kx} = -\dot{m}_{\text{Abgasstrahl}} \cdot c_2 - (p_2 - p_a) \cdot A_2$$

d.h. das Raketentriebwerk liefert im Gegensatz zu luftatmenden Triebwerken auch bei Ausströmgeschwindigkeiten, die kleiner sind als die Fluggeschwindigkeit, einen positiven Schub.