Thermodynamik

Prof. Dr.-Ing. Peter Hakenesch

peter.hakenesch@hm.edu

www.lrz-muenchen.de/~hakenesch

10 Reversible Kreisprozesse

10.1 Allgemeine Kennzeichen eines Kreisprozesses

Zufuhr von Wärme in ein thermodynamisches System

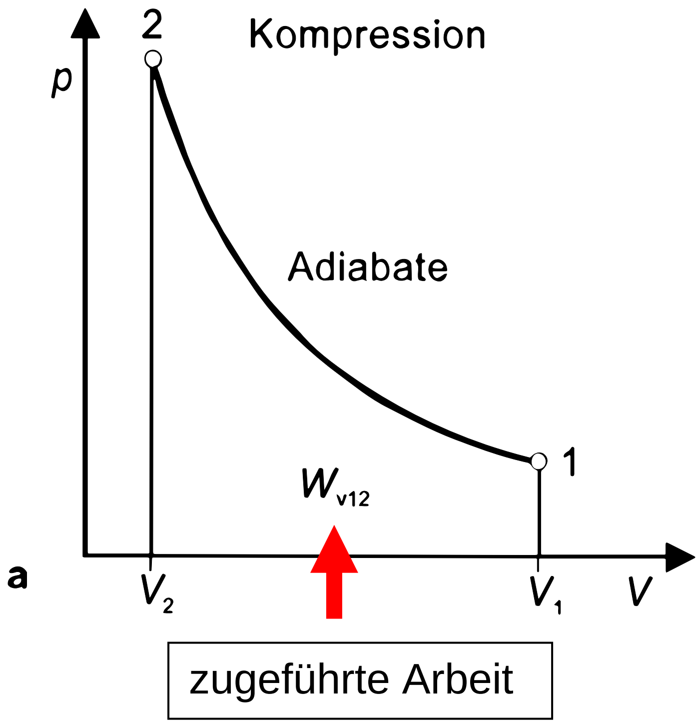
⇒ Veränderung seiner inneren Energie

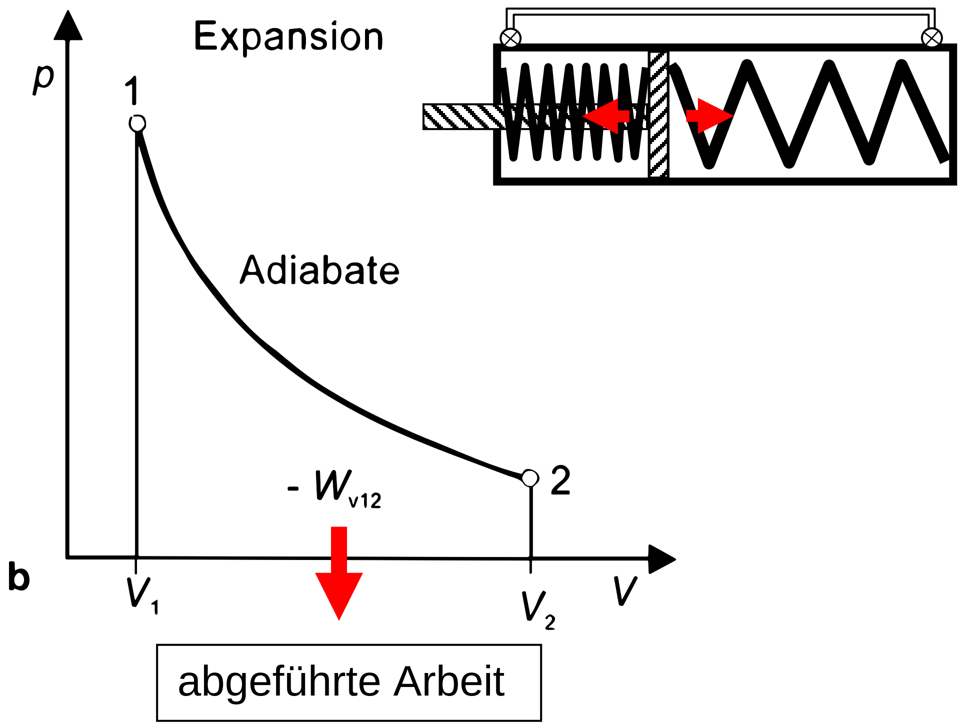
⇒ System kann Arbeit verrichten

Verhältnis von zugeführter Wärme und verrichteter Arbeit hängt von der Zustandsänderung bei der Wärmezufuhr ab

⇒ System, welches kontinuierlich Arbeit leisten soll muß also regelmäßig wieder in seinen Ausgangszustand zurückgebracht werden

⇒ Dies ist nicht durch Umkehrung der Wärmezufuhr zu erreichen, Arbeitsgewinn wäre gleich Null

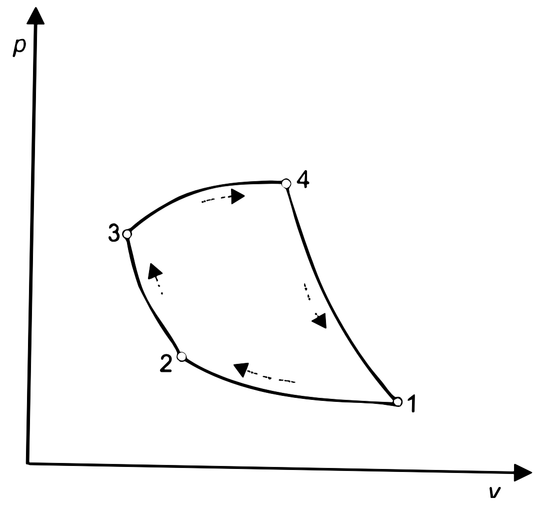




⇒ Rückkehr zum Ausgangszustand muß über andere Zustandsänderungen geführt werden

Kennzeichen eines Kreisprozesses

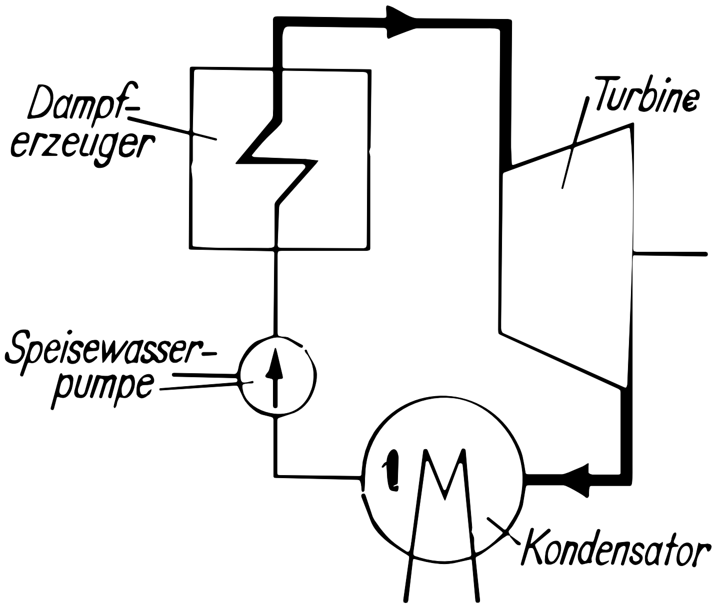
Nach dem vollständigen Durchlaufen des Kreisprozesses nehmen die Zustandsgrößen des Systems, wie z.B. Druck, Temperatur, spezifisches Volumen, spezifische innere Energie und Enthalpie wieder die Werte des Anfangszustandes an



Kreisprozeß eines geschlossenen Systems im *p,v*-Diagramm

Prozesse, die ein System wieder in seinen Anfangszustand zurückversetzen, werden als **Kreisprozesse** bezeichnet

Beispiel für ein stationär umlaufendes Fluid: Dampfkraftanlage



1. Dampferzeuger

Phasenänderung des Wassers: Flüssig → Dampf

2. Turbine

Expansion des Dampfes

3. Kondensator

Phasenänderung des Wassers: Dampf → flüssig

4. Speisewasserpumpe

Druckerhöhung in der flüssigen Phase

Komponenten können als nacheinander geschaltete offene Systeme betrachtet werden

Jeder Teilprozeß läßt sich durch den ersten Hauptsatz für stationäre Fließprozesse beschreiben

$$q_{12} + w_{t,12} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2} \cdot \left(c_2^2 - c_1^2\right) + g \cdot \left(z_2 - z_1\right)$$ Dampferzeuger

$$q_{23} + w_{t,23} = h_3 - h_2 + \frac{1}{2} \cdot \left(c_3^2 - c_2^2\right) + g \cdot \left(z_3 - z_2\right)$$ Turbine

$$\vdots \qquad \vdots$$ Komponente xyz

$$q_{n1} + w_{t,n1} = h_1 - h_n + \frac{1}{2} \cdot \left(c_1^2 - c_n^2\right) + g \cdot \left(z_1 - z_n\right)$$ Speisewasserpumpe

---

$$\sum q_{ik} + \sum w_{t,ik} = 0$$ Dampfkraftanlage

$\Rightarrow$ Zustandsgrößen auf der rechten Seite des Gleichungssystems heben sich in der Summe auf

Spezifische Nutzarbeit bzw. die Gesamtarbeit des Kreisprozesses

$$w_t = \sum w_{t,ik}$$

oder

$$-w_t = \sum q_{ik}$$

Die abgegebene, daher definitionsgemäß negative Nutzarbeit ($-w_t$) eines Kreisprozesses ist gleich dem Überschuß der als Wärme aufgenommenen Energie über die als Wärme abgegebene Energie

oder

Bei einem Kreisprozeß wird die dem umlaufenden Fluid als Wärme zugeführte Energie zum Teil in Nutzarbeit umgewandelt und zum Teil wieder als Wärme abgegeben

Vorzeichen der Wärmebilanz

$\sum q_{ik} > 0$: Kreisprozeß läuft in einer *Wärmekraftmaschine* bzw. *Wärmekraftanlage* ab,

z.B. Dampfkraftanlage zur Abgabe technischer Nutzarbeit

$\Rightarrow$ Zufuhr von Wärme ins System

Tausch: Wärme gegen Arbeit

oder

$\sum q_{ik} < 0$: Kreisprozeß läuft in einer *Wärmepumpe* oder *Kälteanlage* ab,

z.B. Kühlschrank zum Wärmeentzug aus dem System

$\Rightarrow$ Zufuhr von technischer Arbeit ins System

Tausch: Arbeit gegen Wärme

Nutzleistung P des Kreisprozesses

Ergibt sich aus der technischen Nutzarbeit (-w_t) mit dem Massestrom $\dot{m}$ des umlaufenden Fluids

$$-P = \dot{m} \cdot \left(-w_t\right) = -\sum P_{ik} = \sum \dot{Q}_{ik}$$

wobei

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = \dot{m} \cdot q = \frac{dm}{dt} \cdot q$$

den Wärmestrom und der Index ik den einzelnen Teilprozeß bezeichnet

Annahme

Stationärer Prozeß

$\Rightarrow$ Energieinhalt des Kontrollraums bleibt zeitlich konstant

$\Rightarrow$ Summe aller Energieströme über die Systemgrenzen ergibt Null

$$\sum \dot{Q}_{ik} + \sum P_{ik} = 0$$

Reversible, d.h. verlustfreie Kreisprozesse

Technische Arbeit für jeden Teilprozeß *ik*

$$\left(w_{t,ik}\right)_{rev} = \int_i^k v \cdot dp + \frac{1}{2} \cdot \left(c_k^2 - c_i^2\right) + g \cdot \left(z_k - z_i\right)$$

Abgegebene Nutzarbeit des gesamten Kreisprozesses durch Aufsummieren der Teilprozesse *ik*

$$\left(-w_t\right)_{rev} = -\int_1^2 v \cdot dp - \int_2^3 v \cdot dp - .... = \sum \left(q_{ik}\right)_{rev}$$

also

$$\left(-w_t\right)_{rev} = -\oint v \cdot dp = \sum \left(q_{ik}\right)_{rev}$$

Reversibler Kreisprozeß im *pv*-Diagramm

⇒ geschlossener Kurvenzug

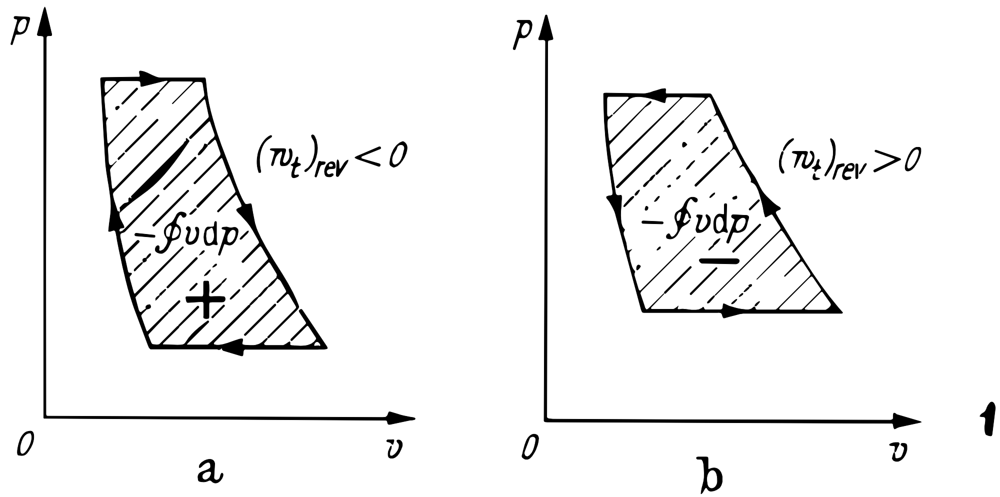
⇒ Nutzarbeit entspricht der von dem Kurvenzug umrandeten Fläche

⇒ Vorzeichen des Flächeninhalts hängt vom Integrationsweg des Linienintegrals ab

⇒ rechtsdrehender Prozeß ergibt positive Fläche

⇒ linksdrehender Prozeß ergibt negative Fläche.

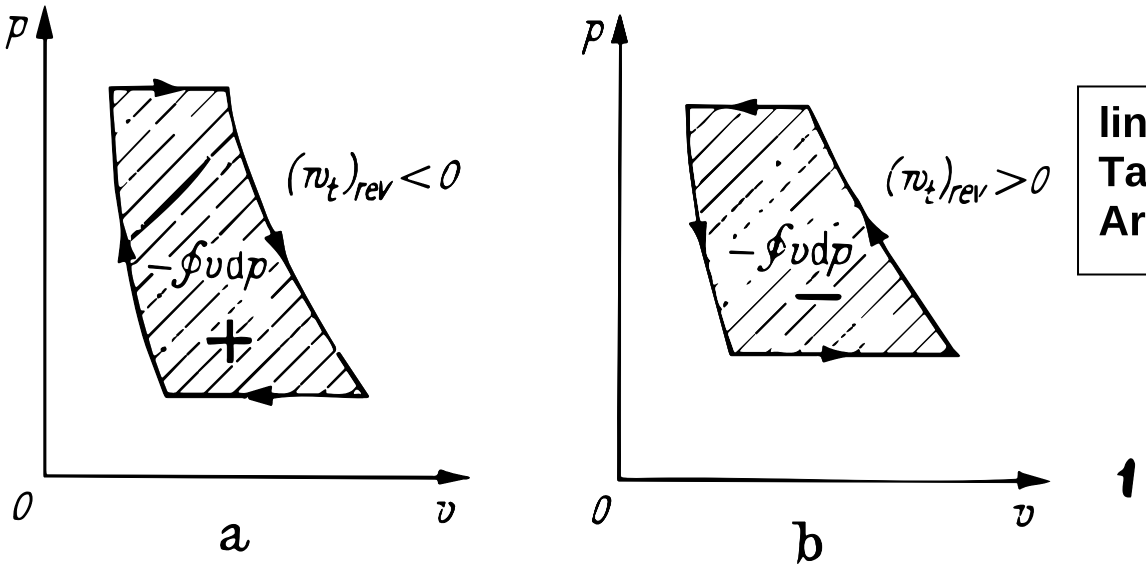
rechtsdrehend
Tausch:
Wärme gegen Arbeit



linksdrehend
Tausch:
Arbeit gegen Wärme

Reversible Kreisprozesse im *pv*-Diagramm

rechtsdrehend
Tausch:
Wärme gegen Arbeit



linksdrehend
Tausch:
Arbeit gegen Wärme

Rechtsdrehender Prozeß, d.h. $(w_t)_{rev} < 0$ liefert Nutzarbeit und nimmt dafür Wärme auf

$\Rightarrow$ Arbeitsmedium in Wärmekraftmaschinen vollführt immer einen rechtsläufigen Kreisprozeß

Linksdrehender Prozeß, d.h. $(w_t)_{rev} > 0$ liefert Wärme und erfordert dafür die Zufuhr von Nutzarbeit,

$\Rightarrow$ Arbeitsmedium in Kälteanlagen vollführt immer einen linksläufigen Kreisprozeß

Exkurs: Linienintegral

geg.: Vektorfeld $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z) = \vec{v}(X(x, y, z), Y(x, y, z), Z(x, y, z))$ und eine Raumkurve $C : \vec{r} = \vec{r}(t)$ mit $a < t < b$ im Definitionsbereich von $\vec{v}$

Das Linienintegral von $\vec{v}$ längs der Kurve C ist das bestimmte Integral

$$\int_C \vec{v} \cdot d\vec{r} = \int_a^b \vec{v}(\vec{r}(t)) \cdot \dot{\vec{r}}(t) \cdot dt$$

Mit

$$\vec{r} = (x(t), y(t), z(t))$$

gilt im Vektorfeld $\vec{v}$

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t)$$

Berechnung des Linienintegrals durch Integration des inneren Produkts aus $\vec{v}$ und $\vec{r}$ von $t = a$ bis $t = b$

10.2 Kreisprozesse geschlossener Systeme

Energiebilanz für ein geschlossenes System, das einen Prozeß mit N Zustandsänderungen durchläuft ergibt sich aus dem ersten Hauptsatz für jede einzelne Zustandsänderung

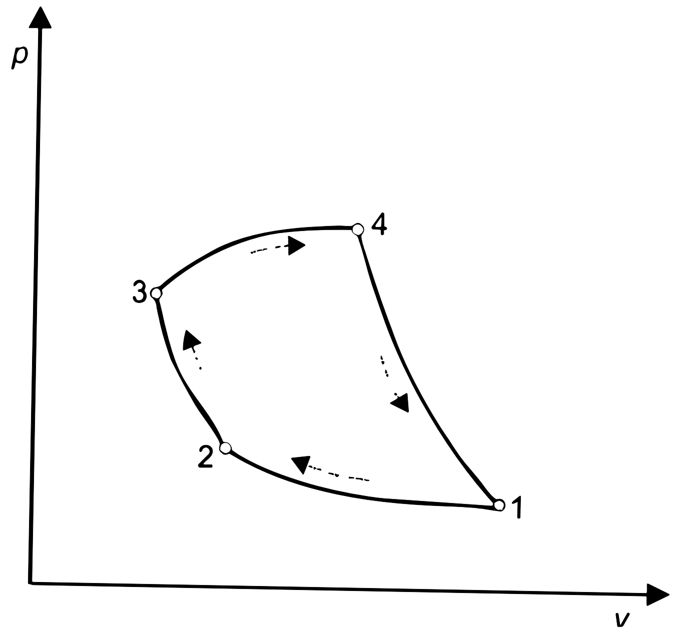
$$u_2 - u_1 = q_{12} + w_{v_{12}}$$

$$u_3 - u_2 = q_{23} + w_{v_{23}}$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$u_N - u_{N-1} = q_{N-1,N} + w_{v_{N-1,N}}$$

$$u_1 - u_N = q_{N,1} - w_{v_{N,1}}$$



Addition der einzelnen Gleichungen

$$0 = \sum_{i=1}^{N} q_{ij} + \sum_{i=1}^{N} w_{v_{ij}} \qquad \text{mit } j = i+1$$

Arbeit des Kreisprozesses w_k ist die Summe aller Volumenänderungsarbeiten $w_{v,ij}$

$$w_k = \sum_{i=1}^{N} w_{v_{ij}} = -\sum_{i=1}^{N} q_{ij}$$

⇒ Die Arbeit des Kreisprozesses ist gleich der Summe der übertragenen Wärmemenge

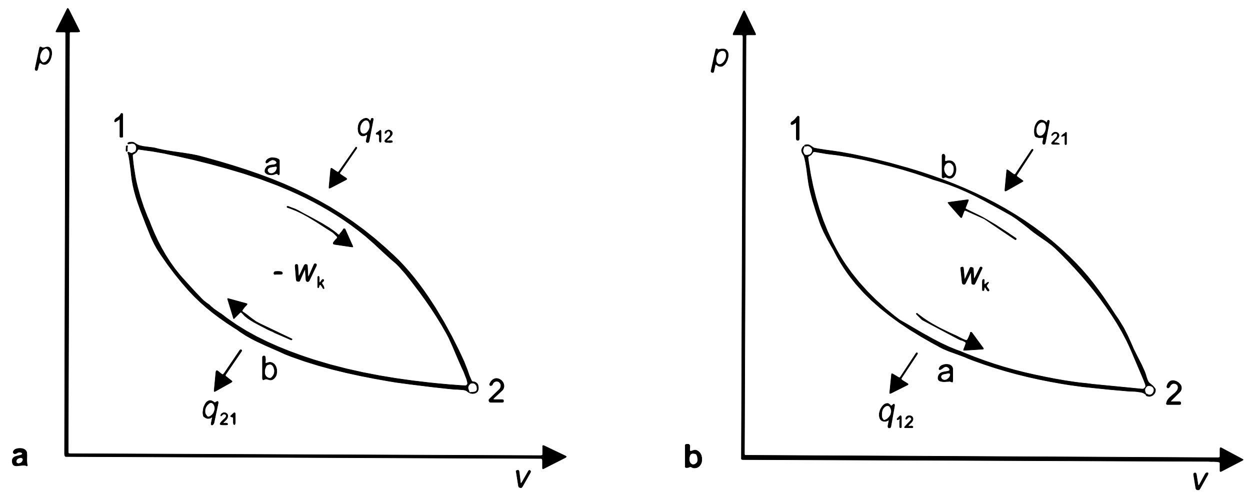
$$w_k = -\left(q_{zu} + q_{ab}\right) = -\left(q_{zu} - \left|q_{ab}\right|\right)$$

Durchlaufrichtung liefert sofort eine Aussage, ob der Prozeß eine Wärmekraftmaschine oder eine Kälteanlage beschreibt

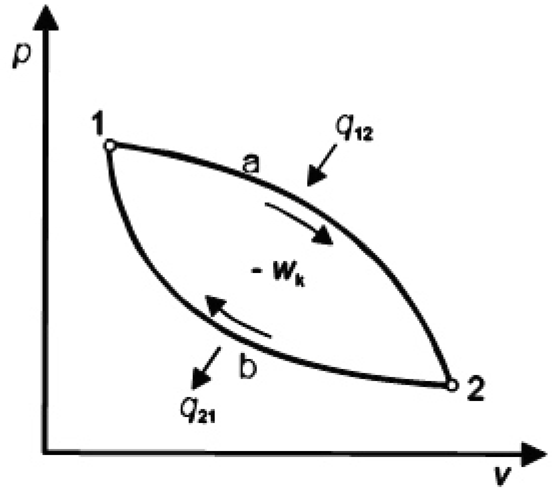
Kreisprozesse im *p,v*-Diagramm:

a) Wärmekraftmaschine

b) Kältemaschine



Wärmekraftmaschine (rechtsdrehender Prozeß)



a) System gibt infolge der Expansion von 1-2 Volumenänderungsarbeit ab

$$w_{v_{12}} = -\int_1^2 p \cdot dv < 0$$

b) System nimmt bei der Verdichtung von 2-1 Arbeit auf

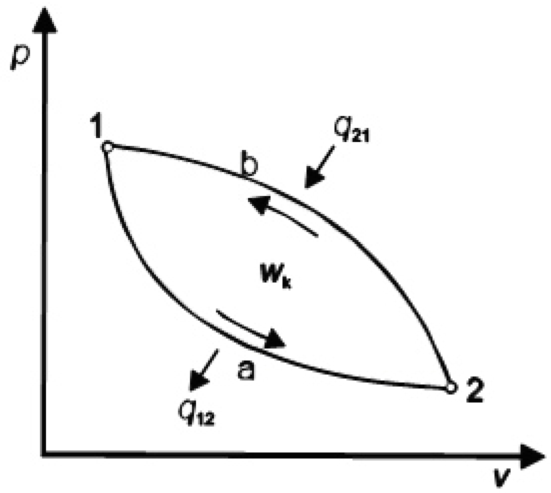
$$w_{v_{21}} = -\int_2^1 p \cdot dv > 0$$

Fläche unter der Expansionskurve (a) ist größer ist, als die unter der Kompressionskurve (b)

$\Rightarrow$ dem System wird mehr Arbeit entzogen als zugeführt

$$w_k = w_{v_{12}} + w_{v_{21}} < 0$$

Kältemaschine (linksdrehender Prozeß)



Betrachtungen sind analog dem Prozeß für die Wärmekraftmaschine

a) System gibt infolge der Expansion von 1-2 Volumenänderungsarbeit ab

$$w_{v_{12}} = -\int_1^2 p \cdot dv < 0$$

b) System nimmt bei der Verdichtung von 2-1 Arbeit auf

$$w_{v_{21}} = -\int_2^1 p \cdot dv > 0$$

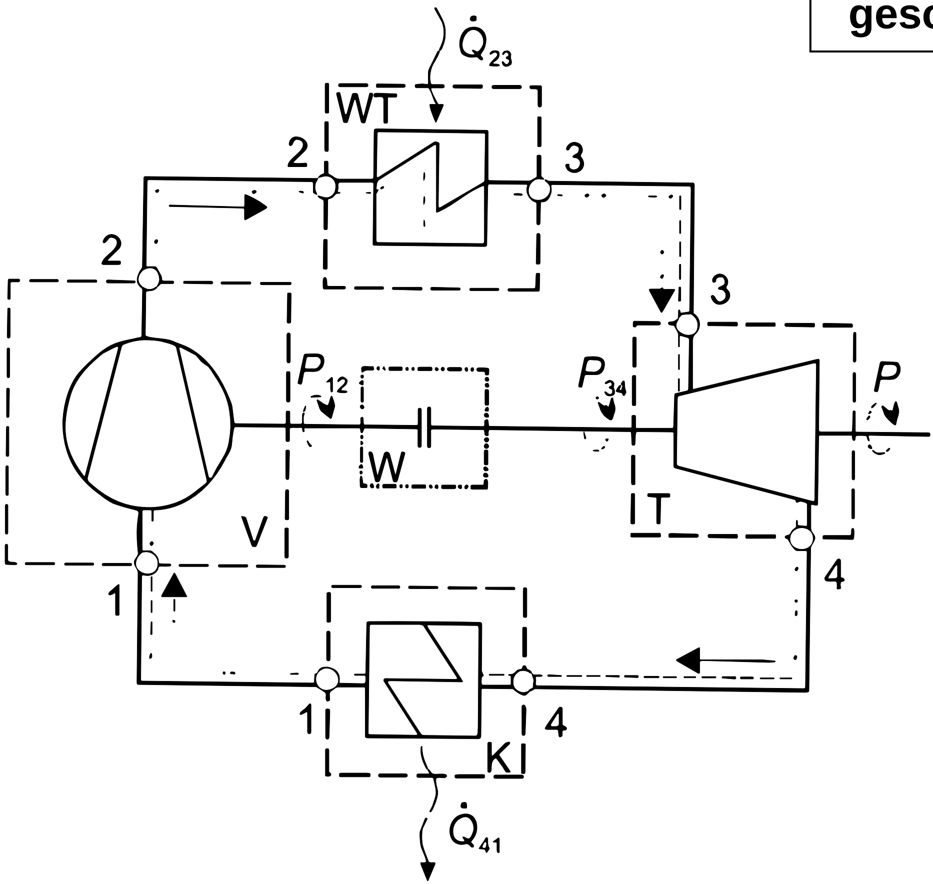
Fläche unter der Expansionskurve (a) ist kleiner ist, als die unter der Kompressionskurve (b)

$\Rightarrow$ dem System wird mehr Arbeit zugeführt als entzogen

$$w_k = w_{v_{12}} + w_{v_{21}} > 0$$

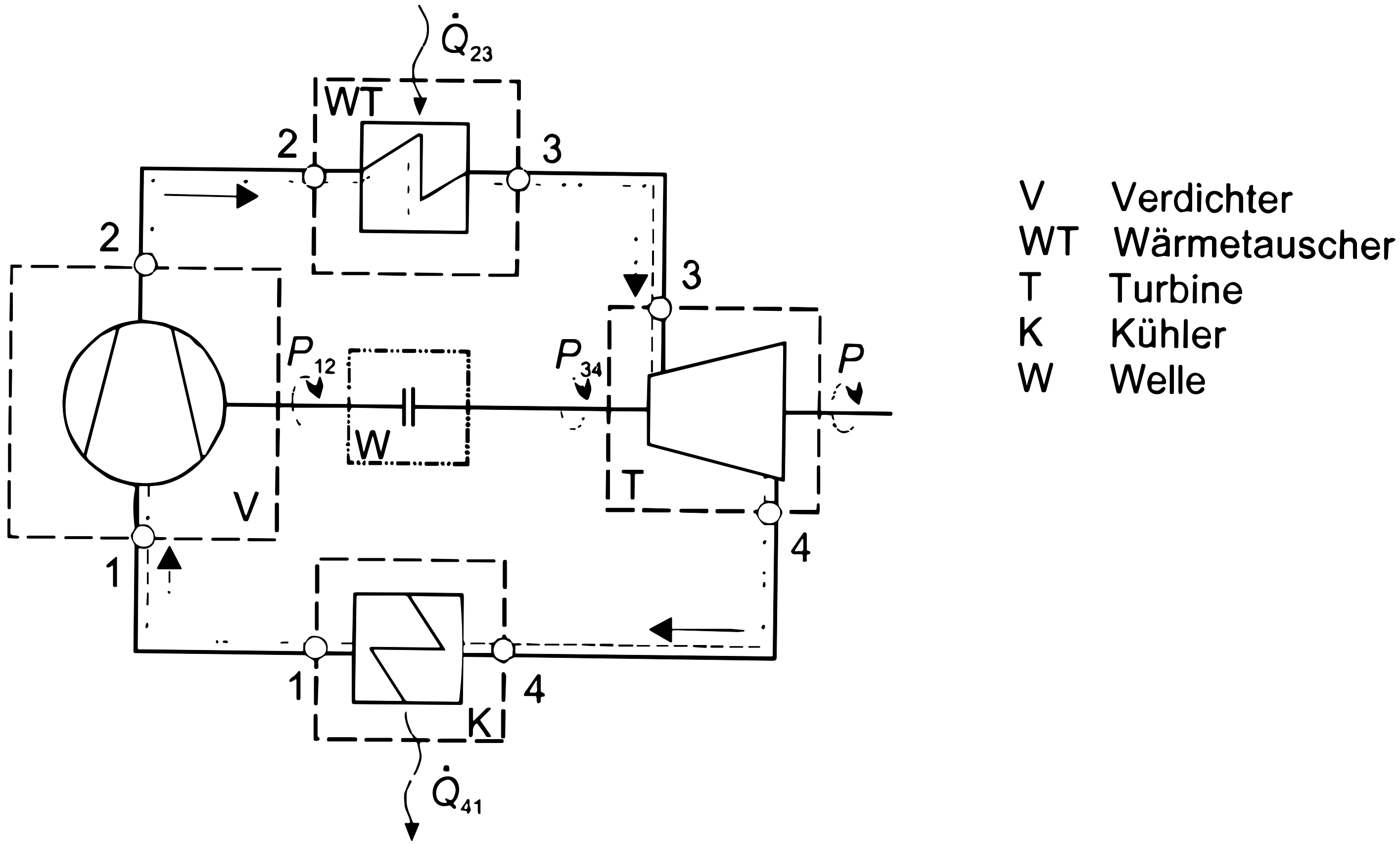
10.3 Kreisprozesse in offenen Systemen

geschlossene Gasturbinenanlage



V Verdichter
WT Wärmetauscher
T Turbine
K Kühler
W Welle

Durch die entsprechende Wahl von Kontrollgrenzen läßt sich das geschlossene System wieder in einzelne Teilsysteme aufteilen ⇒ Teilsysteme stellen wieder offene Systeme dar



Schema einer geschlossenen Gasturbinenanlage

Kreisprozeß ist geschlossen

$\Rightarrow$ Kein Stoffstrom kann die Systemgrenze des Gesamtprozesses überqueren

$\Rightarrow$ Energie kann lediglich in Form von Wellenleistung und Wärme über die Systemgrenzen transportiert werden

Leistungsbilanz des skizzierten Kreisprozesses

$$\boxed{\dot{Q} + P = 0}$$

$\dot{Q}$: Summe der bei allen Teilprozessen übertragenen Wärme

P: Über die Turbinenwelle an die Umwelt abgegebene Wellenleistung

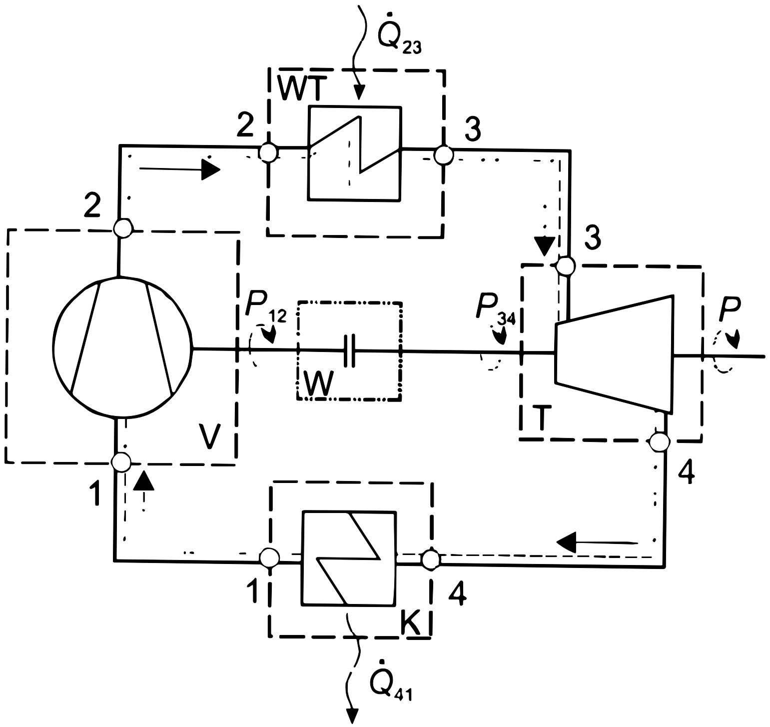
Anlage liefert Nutzleistung, $P < 0$ $\Rightarrow$ Wärmestrombilanz muß positiv sein

$\Rightarrow$ d.h. es muß mehr Wärme zu- als abgeführt werden

$$-P = \sum_{N_Q} \dot{Q}_{ij} = \dot{Q}_{zu} - \left| \dot{Q}_{ab} \right|$$

Wärmebilanz am Beispiel einer Gasturbinenanlage

$$-P = \dot{Q}_{23} + \dot{Q}_{41} = \dot{Q}_{zu} - \left| \dot{Q}_{ab} \right|$$



V Verdichter
WT Wärmetauscher
T Turbine
K Kühler
W Welle

Leistungsbilanz des gesamten Kreisprozesses

Summe der Teilprozesse

Kompression und Expansion in Verdichter und Turbine laufen schnell ab

$\Rightarrow$ Wärmeaustausch kann in diesen Komponenten vernachlässigt werden

$\Rightarrow$ Verdichter und Turbine werden als adiabate Systeme angenommen

Total- oder Gesamtenthalpie h_g

Summe aus spezifischer Enthalpie, kinetischer Energie und potentieller Energie

$$\boxed{h_g = h + \frac{1}{2} \cdot \overline{c}^2 + g \cdot z}$$

Leistungsbilanz der einzelnen Komponenten der Gasturbinenanlage

Verdichter: $P_{12} = H_{g_2} - H_{g_1}$

Wärmetauscher: $\dot{Q}_{23} = H_{g_3} - H_{g_2}$

Turbine: $P_{34} + P = H_{g_4} - H_{g_3}$

Kühler: $\dot{Q}_{41} = H_{g_1} - H_{g_4}$

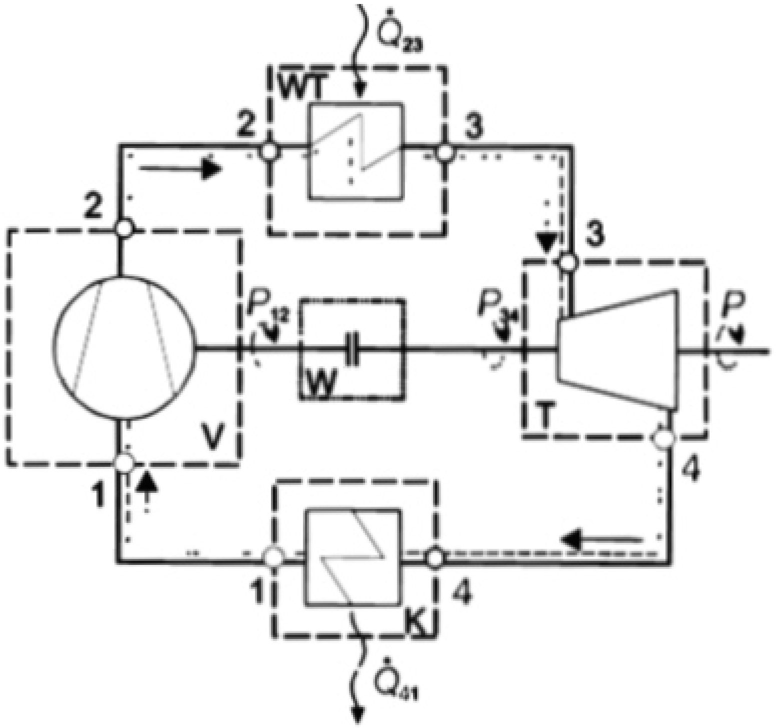
Welle: $P_{12} + P_{34} = 0$

Summe der Bilanzen der Teilkomponenten

$$P_{12} + \dot{Q}_{23} + P_{34} + P + \dot{Q}_{41} + P_{12} + P_{34} = 0$$

Welle überträgt Leistung verlustfrei $\Rightarrow$ $P_{12} = - P_{34}$ $\Rightarrow$ Leistungsbilanz vereinfacht sich zu

$$-P = \dot{Q}_{23} + \dot{Q}_{41}$$



Die von der Turbine abgegebene Leistung -P wird um die für den Antrieb des Verdichters benötigte Leistung $P_{12} = - P_{34}$ verringert

$\Rightarrow$ Gesamtleistung der Turbine

$$-P_T = -P_{34} - P$$

Vom Kreisprozeß geleistete technische Arbeit w_t ergibt sich durch Division der Nutzleistung P durch den Massestrom $\dot{m}$:

$$-w_t = \frac{P}{\dot{m}} = -\sum_{N_P} w_{t_{i,j}} = \sum_{N_Q} q_{i,j} = q_{zu} - |q_{ab}|$$

10.4 Bewertungskennzahlen für Kreisprozesse

10.4.1 Thermischer Wirkungsgrad (rechtsdrehende Prozesse)

Wirkungsgrad = Nutzen/Aufwand

Wärmekraftmaschine

wandelt in einem rechtsdrehenden Prozeß Wärme in Arbeit

Überschuß an zugeführter Wärme $\Rightarrow$ Nicht mehr weiter nutzbare Abwärme

Aufwand: zugeführten Wärmemenge q_{zu}

Nutzen: abgegebene Arbeit w_k

Thermischer Wirkungsgrad für geschlossene Systeme

$$\boxed{\eta_{th} = \frac{-w_k}{q_{zu}} = 1 - \frac{|q_{ab}|}{q_{zu}}}$$

minimieren

10.4.2 Leistungsziffer (linksdrehende Prozesse)

Umkehrung der Durchlaufrichtung des Prozesses der Wärmekraftmaschine ergibt einen linksläufigen Kreisprozeß, den der Wärmepumpe bzw. den der Kältemaschine

Wärmepumpe

Eine Wärmepumpe entzieht der Umgebung Wärme und liefert wieder eine, um den Betrag der zugeführten Arbeit, vergrößerte Wärmemenge ab (Heizung)

Aufwand: zugeführten Arbeit w_k

Nutzen: abgegebene Wärmemenge q_{ab}

Leistungsziffer ε = Nutzen/Aufwand

$$\boxed{\varepsilon = \frac{-q_{ab}}{w_k}}$$ (geschlossenes System)

$$\boxed{\varepsilon = \frac{-q_{ab}}{w_t}}$$ (offenes System)

bzw.

$$\boxed{\varepsilon = \frac{q_{ab}}{q_{zu} - q_{ab}}}$$ (allgemein gültig)

Leistungsziffer der Wärmepumpe ist in der Regel größer eins

Kältemaschine

Aufgabe einer Kältemaschine besteht in der Kühlung eines Kontrollraums

Leistungsziffer ε

$$\boxed{\varepsilon = \frac{-q_{zu}}{w_k}}$$ (geschlossenes System)

$$\boxed{\varepsilon = \frac{-q_{zu}}{w_t}}$$ (offenes System)

bzw.

$$\boxed{\varepsilon = \frac{q_{zu}}{-\left(q_{zu} - q_{ab}\right)}}$$ (allgemein gültig)