Ü 4.1 Längendehnung einer Autobahnbrücke

Bei 0°C beträgt die Länge einer Autobahnbrücke 650 m. Die Temperaturschwankung beträgt -20°C im Winter bis zu +45°C im Sommer. Der Wärmedehnungskoeffizient des bei der Brückenkonstruktion verwendeten Stahls beträgt $\alpha = 11\cdot 10^{-6}/°C$.

Welcher Bewegungsspielraum ist für die beweglichen Auflager der Brücke zu berücksichtigen?

$$L_\vartheta = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

$$\Delta L = L_{45°C} - L_{-20°C}$$
$$\Delta L = 650\,m \cdot 11 \cdot 10^{-6} \,/\, °C \cdot (45°C - (-20°C))$$
$$\Delta L = 0.465\,m$$

Ü 4.2 Flächendehnung einer Zinkplatte

Eine Zinkplatte ($\alpha_{Zink} = 29\cdot 10^{-6}$ /°C) von 2.7 m² wird von 0°C auf 20°C erwärmt.
Wie groß ist die Flächenänderung?

$$\Delta A = A_0 \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta) - A_0$$
$$\Delta A = A_0 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta$$
$$\Delta A = 2.7\,m^2 \cdot 2 \cdot 29 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{°C} \cdot 20°C = 0.003\,m^2$$

$\Rightarrow$ 0.12% von A_0

Ü 4.3 Thermische Dehnung eines Zylinderkopfes

Ein aus Aluminium gegossener Zylinderkopf hat bei 20°C ein Volumen von 2.56 ltr.
Wie groß ist die relative Volumenzunahme bei einer Temperaturerhöhung auf 98°C ?

α_{Al} = 23.7·10-6 /°C (aus Tab 4.3)

$$\frac{V_{98°C} - V_{20°C}}{V_{20°C}} = \frac{3 \cdot \alpha \cdot (98°C - 20°C)}{1 + 3 \cdot \alpha \cdot 20°C} = 0.00554$$

Die relative Volumenzunahme beträgt 0.554%

Ü 4.4 Volumenänderung von Benzin

In den leeren Tank eines Fahrzeuges, der ein Volumen von 60 ltr. hat, wird Benzin eingefüllt, das eine Temperatur von 20°C hat. Im Laufe des Tages wird ein Temperaturanstieg auf 41°C erwartet. Um welche Menge Benzin muß die Füllmenge unter dem maximalen Tankvolumen bleiben, wenn nichts infolge der Temperaturerhöhung ausfließen soll?

$$\Delta V = V_T - V_{20°C}$$
$$V_{41°C} = V_T$$
$$V_{41°C} = V_{20°C} \cdot \left(1 + \gamma \cdot \Delta \vartheta\right)$$
$$V_{20°C} = \frac{V_T}{1 + \gamma \cdot \Delta \vartheta}$$

mit γ_{Benzin} = 1.06·10-3 (aus Tab. 4.4) ergibt sich

$$\Delta V = V_T - V_{20°C}$$
$$\Delta V = V_T - \frac{V_T}{1 + \gamma \cdot \Delta \vartheta}$$
$$\Delta V = V_T \cdot \frac{\gamma \cdot \Delta \vartheta}{1 + \gamma \cdot \Delta \vartheta}$$
$$\Delta V = 1.307\, ltr.$$

Ü 4.5 Berechnung der Gaskonstanten von Luft

Eine Luftmasse von m = 1.6 kg nimmt bei einem Druck von p = 1,0132 bar eine Temperatur von T = 293 K ein Volumen V = 1.32839 m³ ein. Gesucht ist die Gaskonstante R .

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1.32839\, m^3}{1.6\, kg} = 0.830244 \frac{m^3}{kg}$$

$$R = \frac{p \cdot v}{T} = \frac{1.0132 \cdot 10^5\ Pa \cdot 0.830244 \frac{m^3}{kg}}{293\, K} = 287.1 \frac{J}{kg \cdot K}$$

Ü 4.6 Isochore Erwärmung von Stickstoff

Ein Stahltank enthält V_1 = 17.84 m³ Stickstoff bei einem Druck p_1 = 2.7 bar und einer Temperatur von ϑ_1 = 19.5°C. Infolge von Schweißarbeiten an der Außenhaut steigt die Temperatur auf ϑ_1 = 48°C.

Gesucht sind die
- Stickstoffmasse m_{N2},
- Molzahl n,
- Druck p_2 nach der Erwärmung

Die Gaskonstante von Stickstoff R = 296.8 [J/kg·K] kann aus Tab. 4.5, die Molmasse von Stickstoff M_{N2} = 28.0134 [kg/kmol] aus Tab. 3.1 entnommen werden.

Die Stickstoffmasse m_{N2} ergibt sich aus der Zustandsgleichung des idealen Gases:

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R \cdot T_1} = \frac{2.7 \cdot 10^5\ Pa \cdot 17.84\, m^3}{296.8 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (19.5 + 273.15)\, K} = 55.46\, kg$$

Die Molzahl n berechnet sich aus dem Quotienten von Masse m zu Molmasse M

$$n = \frac{m}{M} = \frac{55.46\, kg}{28.0134 \frac{kg}{kmol}} = 1.98\, kmol$$

Das Volumen des Stahltanks kann als konstant angenommen werden, d.h. es liegt bei der Erwärmung eine isochore ($dV=0$) Zustandsänderung vor, also gilt

$$v_1 = v_2$$

Aus der Zustandsgleichung für ideale Gase folgt

$$p_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1$$

$$p_2 \cdot v_2 = R \cdot T_2$$

bzw.

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 2.7 \cdot 10^5\ Pa \cdot \frac{(48.0 + 273.15)K}{(19.5 + 273.15)K} = 2.96 \cdot 10^5\ Pa = 2.96\, bar$$

Ü 4.7 Isobare Erwärmung von Helium

Helium wird isobar (d.h. $dp=0$) von ϑ_1 = -5°C auf ϑ_2 = 84°C erwärmt. Gesucht ist die prozentuale Volumenzunahme.

Für $p = \text{const.}$ ergibt sich aus der Zustandsgleichung für ideale Gase:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

mit

$$V_2 = V_1 + \Delta V$$

ergibt sich die Volumenänderung zu

$$\frac{V_1}{V_1 + \Delta V} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) \cdot 100\% = \left(\frac{(84 + 273.15)K}{(-5 + 273.15)K} - 1\right) \cdot 100\% = 33.19\%$$

Ü 4.8 Isotherme Kompression von idealem Gas

Ein Luftvolumen von V_1 = 10.47 m³ wird isotherm ($dT = 0$) von p_1 = 1.06 bar auf p_2 = 8.72 bar komprimiert. Gesucht ist das Volumen nach der Kompression.

Bei isothermen Zustandsänderungen ergibt sich aus der Zustandsgleichung für ideale Gase

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{p_1}{p_2} = 10.47\, m^3 \cdot \frac{1.06 \cdot 10^5\, Pa}{8.72 \cdot 10^5\, Pa} = 1.273\, m^3$$

Ü 4.9 Die Zusammensetzung von Luft unter Normalbedingungen besteht aus ca.
-Stickstoff: 78 % (Volumen)
- Sauerstoff: 21%
- Argon: 1%

Gesucht sind
- Molmasse M_{Luft}
- Gaskonstante R_{Luft}
- Dichte im Normzustand ρ_n
- Partialdrücke der Komponenten p_i

Molmassen der Komponenten

$M(N_2)$ = 28.0134 kg/kmol
$M(O_2)$ = 31.9988 kg/kmol
$M(Ar)$ = 39.948 kg/kmol

Molmasse der Mischung

$$M_{Luft} = r_{N_2} \cdot M_{N_2} + r_{O_2} \cdot M_{O_2} + r_{Ar} \cdot M_{Ar}$$

$$M_{Luft} = 0.78 \cdot 28.0134 \frac{kg}{kmol} + 0.21 \cdot 31.9988 \frac{kg}{kmol} + 0.01 \cdot 39.948 \frac{kg}{kmol} = 28.9647 \frac{kg}{kmol}$$

Physikalischer Normzustand

T_n = 273.15 K
p_n = 1.01325 bar = 1.01325 10^5 Pa

Standardatmosphäre

T_0 = 288.15 K (15°C)
p_0 = 1.01325 bar = $1.01325 \cdot 10^5$ Pa
ρ_0 = 1.225 kg/m³

Gaskonstante der Mischung ergibt sich aus der Molmasse M und der universellen Gaskonstanten R_m :

$$R_{Luft} = \frac{R_m}{M_{Luft}} = \frac{8314.51 \frac{J}{kmol \cdot K}}{28.9647 \frac{kg}{kmol}} = 287.1 \frac{J}{kg \cdot K}$$

Dichte im Normzustand berechnet sich aus der Zustandsgleichung des idealen Gases

$$v_n = \frac{R \cdot T_n}{p_n} = \frac{287.1 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 273.15\,K}{1.01325 \cdot 10^5\ Pa} = 0.774 \frac{m^3}{kg}$$

$$\rho_n = \frac{1}{v_n} = 1.292 \frac{kg}{m^3}$$

Partialdrücke der Komponenten

Stickstoff: $p_1 = r_1 \cdot p = 0.78 \cdot 1.01325$ bar $= 0.79034$ bar

Sauerstoff: $p_2 = r_2 \cdot p = 0.21 \cdot 1.01325$ bar $= 0.21656$ bar

Argon: $p_3 = r_3 \cdot p = 0.01 \cdot 1.01325$ bar $= 0.0101325$bar

Ü 4.10 Für eine Sättigungstemperatur von 25°C sind für Wasser folgende Größen zu bestimmen:

- Sättigungsdruck p_s
- Spezifische Volumina auf der Siede- und Taulinie v' und v''
- Spezifisches Volumen v für einen Dampfgehalt von x = 37%

Die Dampftafel von Wasser liefert für ϑ = 25°C die Werte:

- Sättigungsdruck: $p_{s(25°C)}$ = 0.03166 bar
- Spezifische Volumina auf der Siede- und Taulinie:

v' = $1.0029 \cdot 10^{-3}$ m³/kg

v'' = 43.40 m3/kg

Das spezifische Volumen v ergibt sich aus der Definition des Dampfgehalts

$$v = v' + x \cdot (v'' - v') = 1.0029 \cdot 10^{-3} + 0.37 \cdot \left(43.40 - 1.0029 \cdot 10^{-3}\right) = 16.0586 \frac{m^3}{kg}$$