

Ü 7.1 Adiabate Kompression von Luft

Luft wird in einem adiabaten Zylinder von $p_1 = 1.2 \text{ bar}$, $T_1 = 25^\circ\text{C}$ solange verdichtet bis eine Endtemperatur von $T_2 = 100^\circ\text{C}$ erreicht wird.

Gesucht sind die zur Verdichtung erforderliche Arbeit w_{12} und der Enddruck p_2 , der höchstens erreicht werden kann.

Erster Hauptsatz für geschlossene Systeme

$$q_{12} + w_{12} = u_2 - u_1$$

wegen adiabater Kompression, d.h. kein Wärmeaustausch mit der Umgebung, gilt:

$$q_{12} = 0$$

und somit

$$w_{12} = u_2 - u_1$$

In erster Näherung wird Luft als ideales Gas angenommen, d.h. die spezifische innere Energie u hängt nur von der Temperatur ab. Innerhalb des Temperaturbereichs von $T = 25^\circ\text{C}$ bis 100°C kann die spezifische Wärmekapazität c_v ebenfalls als konstant angenommen werden.

Die Annahme, daß Luft sich als ideales Gas verhält, d.h. die spez. innere Energie u hängt nur von der Temperatur T ab, ist aus der geringen Temperaturabhängigkeit von c_p für Luft ersichtlich. Aufgrund der Beziehung $c_v = c_p - R$ gilt dies auch für c_v

| | Mittlere spezifische isobare Wärmekapazität $\bar{c}_p \Big _0^{\theta}$ in [kJ/(kg·K)] | | | | | | |
|------------------|---|------------------|----------------|----------------|-----------------|------------------|-----------------|
| ϑ [°C] | Luft | N ₂ * | N ₂ | O ₂ | CO ₂ | H ₂ O | SO ₂ |
| -60 | 1.0030 | 1.0303 | 1.0392 | 0.9123 | 0.7831 | 1.8549 | 0.5915 |
| -40 | 1.0032 | 1.0304 | 1.0392 | 0.9130 | 0.7943 | 1.8561 | 0.5971 |
| -20 | 1.0034 | 1.0304 | 1.0393 | 0.9138 | 0.8055 | 1.8574 | 0.6026 |
| 0 | 1.0037 | 1.0305 | 1.0394 | 0.9148 | 0.8165 | 1.8591 | 0.6083 |
| 20 | 1.0041 | 1.0306 | 1.0395 | 0.9160 | 0.8273 | 1.8611 | 0.6139 |
| 40 | 1.0046 | 1.0308 | 1.0396 | 0.9175 | 0.8378 | 1.8634 | 0.6196 |
| 60 | 1.0051 | 1.0310 | 1.0398 | 0.9191 | 0.8481 | 1.866 | 0.6252 |
| 80 | 1.0057 | 1.0313 | 1.0401 | 0.9210 | 0.8580 | 1.869 | 0.6309 |
| 100 | 1.0065 | 1.0316 | 1.0404 | 0.9230 | 0.8677 | 1.8724 | 0.6365 |

$\Delta T = 80 \text{ K}$
 $\Rightarrow dc_p = 0.25\%$
 und wegen
 $c_v = c_p - R$
 $\Rightarrow dc_v = dc_p = 0.25\%$

\Rightarrow Für den Temperaturbereich von $T = 25^\circ\text{C}$ bis 100°C kann die spezifische Wärmekapazität c_v ebenfalls als konstant angenommen werden

$$c_v(\text{Luft}) = 717 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Die zur Verdichtung erforderliche Arbeit w_{12} ergibt sich zu

$$w_{12} = u_2 - u_1 = c_v \cdot (T_2 - T_1) = 717 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 25) \text{K} = 53775 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Der Druck, der bei einer Kompression maximal erreicht werden kann, entspricht dem der reversiblen Verdichtung. Für die reversible Arbeit gilt:

Ü 7.1 Adiabate Kompression von Luft

$$w_{12,rev.} = - \int_1^2 p \cdot dv = c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

Für die quasistatische Zustandsänderung bei diesem reversiblen adiabaten Prozeß gilt

$$-dw_{rev} = p \cdot dv = -c_v \cdot dT$$

Differenzieren der Zustandsgleichung für ideale Gase

$$p \cdot v = R \cdot T$$

nach dem spezifischen Volumen v ergibt

$$\frac{d(p \cdot v)}{dv} = \frac{d(R \cdot T)}{dv}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dp}{dv} \cdot v + \frac{dv}{dv} \cdot p = R \cdot \frac{dT}{dv}$$

$$\Leftrightarrow p \cdot dv = R \cdot dT - v \cdot dp$$

Mit

$$v \cdot dp = \frac{R \cdot T}{p} \cdot dp$$

ergibt sich

$$p \cdot dv = R \cdot dT - \frac{R \cdot T}{p} \cdot dp = -c_v \cdot dT$$

$$\Leftrightarrow \frac{dp}{p} = \frac{c_v + R}{R} \cdot \frac{dT}{T}$$

Integration von Zustand 1 zu Zustand 2

$$\int_1^2 \frac{1}{p} dp = \frac{c_v + R}{R} \cdot \int_1^2 \frac{1}{T} dT$$

ergibt

$$\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \frac{c_v + R}{R} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

bzw.

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\left(\frac{c_v + R}{R}\right)}$$

Diese Gleichung beschreibt den Zusammenhang von Druck und Temperatur des idealen Gases bei einem reversiblen adiabaten Prozeß

Ü 7.1 Adiabate Kompression von Luft

Für Luft mit einer spezifischen Gaskonstante von $R = 287.1 \text{ J/kgK}$ ergibt sich somit der maximal mögliche Enddruck der infolge der Kompression erreicht werden kann, zu

$$p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\left(\frac{c_v + R}{R} \right)}$$

$$p_2 = 1.2 \text{ bar} \cdot \left(\frac{100 + 273.15}{25 + 273.15} \right)^{\left(\frac{717 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} + 287.1 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}}{287.1 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}} \right)} = 1.2 \text{ bar} \cdot \left(\frac{373.15}{298.15} \right)^{3.5} = 2.64 \text{ bar}$$

Ü 7.2 Ammoniak im Zweiphasengebiet

geg.:

Masse $m_{\text{NH}_3} = 28.85 \text{ [kg]}$
 Dampfgehalt $x = 0.28$
 Temperatur $T = -25 \text{ [}^\circ\text{C]}$

ges.:

Sättigungsdruck p_s , Sättigungstemperatur T_s
 Enthalpie H und innere Energie U

| ϑ | p | spezifisches Volumen | | spezifische Enthalpie | | spezifische Entropie | |
|----------------------|-------|-----------------------------|----------------------------|-----------------------|---------|----------------------|-------------|
| | | v' | v'' | h' | h'' | s' | s'' |
| [$^\circ\text{C}$] | [bar] | [dm^3/kg] | [m^3/kg] | [kJ/kg] | [kJ/kg] | [kJ/(kg K)] | [kJ/(kg K)] |
| -30 | 1.195 | 1.475 | 0.9626 | 64.56 | 1423 | 0.4767 | 6.062 |
| -25 | 1.515 | 1.489 | 0.7705 | 86.9 | 1430 | 0.5674 | 5.979 |
| -20 | 1.901 | 1.504 | 0.6228 | 109.3 | 1437 | 0.6567 | 5.9 |
| -15 | 2.362 | 1.518 | 0.5079 | 131.9 | 1443 | 0.7445 | 5.824 |
| -10 | 2.908 | 1.534 | 0.4177 | 154.5 | 1449 | 0.831 | 5.752 |
| -5 | 3.548 | 1.549 | 0.3462 | 177.2 | 1455 | 0.9161 | 5.683 |
| 0 | 4.294 | 1.566 | 0.289 | 200.00 | 1461 | 1.0000 | 5.616 |
| 5 | 5.158 | 1.583 | 0.2428 | 222.9 | 1466 | 1.083 | 5.552 |
| 10 | 6.15 | 1.601 | 0.2053 | 245.9 | 1471 | 1.164 | 5.489 |
| 15 | 7.284 | 1.619 | 0.1746 | 269.00 | 1475 | 1.244 | 5.429 |
| 20 | 8.573 | 1.639 | 0.1494 | 291.4 | 1479 | 1.321 | 5.372 |
| 25 | 10.03 | 1.659 | 0.1284 | 314.9 | 1482 | 1.399 | 5.315 |

Sättigungsdampf-
 tafel
 für
 Ammoniak (Auszug)

Ü 7.2 Ammoniak im Zweiphasengebiet

1. Sättigungsdruck p_s und Sättigungstemperatur T_s

Da der Stoff im Zweiphasengebiet vorliegt, können Sättigungsdruck p_s und

| | | spezifisches Volumen | | spezifische Enthalpie | | spezifische Entropie | |
|-------------|--------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-------------|----------------------|-------------|
| ϑ | p | v' | v'' | h' | h'' | s' | s'' |
| [°C] | [bar] | [dm ³ /kg] | [m ³ /kg] | [kJ/kg] | [kJ/kg] | [kJ/(kg K)] | [kJ/(kg K)] |
| -25 | 1.515 | 1.489 | 0.7705 | 86.9 | 1430 | 0.5674 | 5.979 |

Sättigungstemperatur T_s direkt aus der Dampftafel abgelesen werden

Dampftafel für NH₃

⇒ Sättigungstemperatur $T_s = \vartheta = -25$ [°C]

⇒ Sättigungsdruck $p_s = 1.515$ [bar]

2. Enthalpie H

| | | spezifisches Volumen | | spezifische Enthalpie | | spezifische Entropie | |
|-------------|--------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-------------|----------------------|-------------|
| ϑ | p | v' | v'' | h' | h'' | s' | s'' |
| [°C] | [bar] | [dm ³ /kg] | [m ³ /kg] | [kJ/kg] | [kJ/kg] | [kJ/(kg K)] | [kJ/(kg K)] |
| -25 | 1.515 | 1.489 | 0.7705 | 86.9 | 1430 | 0.5674 | 5.979 |

Werte für h' (flüssig) und h'' (gasförmig) aus Dampftafel für $T = -25$ °C

$$h' = 86.9 \text{ [kJ/kg]}, h'' = 1430 \text{ [kJ/kg]}$$

Mit einem Dampfgehalt $x = 0.28$

⇒ spezifische Enthalpie h

$$h = h' + x \cdot (h'' - h') = 86.9 + 0.28 \cdot (1430 - 86.9) = 462.97 \text{ [kJ/kg]}$$

⇒ Enthalpie H

$$H = m \cdot h = 28.85 \cdot 462.97 = 13356.63 \text{ [kJ]}$$

Ü 7.2 Ammoniak im Zweiphasengebiet

3. Innere Energie U

| | | spezifisches Volumen | | spezifische Enthalpie | | spezifische Entropie | |
|------------|--------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-------------|----------------------|-------------|
| g | p | v' | v'' | h' | h'' | s' | s'' |
| [°C] | [bar] | [dm ³ /kg] | [m ³ /kg] | [kJ/kg] | [kJ/kg] | [kJ/(kg K)] | [kJ/(kg K)] |
| -25 | 1.515 | 1.489 | 0.7705 | 86.9 | 1430 | 0.5674 | 5.979 |

Werte des spezifischen Volumens v' (flüssig) und v'' (gasförmig) aus Dampftafel für $T = -25^\circ\text{C}$

$$\begin{aligned} v' &= 1.489 \text{ [dm}^3/\text{kg]}, & v'' &= 0.7705 \text{ [dm}^3/\text{kg]} \\ v' &= 1.489 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{kg]}, & v'' &= 0.7705 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{kg]} \end{aligned}$$

Mit einem Dampfgehalt $x = 0.28$

⇒ spezifisches Volumen v

$$v = v' + x \cdot (v'' - v') = 1.489 \cdot 10^{-3} + 0.28 \cdot (0.7705 - 1.489 \cdot 10^{-3}) = 0.217 \text{ [m}^3/\text{kg]}$$

⇒ spezifische innere Energie u

$$u = h - p_s \cdot v = 462.97 \cdot 10^3 - 1.515 \cdot 10^5 \cdot 0.217 = 430.095 \text{ [kJ/kg]}$$

⇒ Innere Energie U

$$U = m \cdot u = 28.85 \cdot 430.095 = 12408.24 \text{ [kJ]}$$