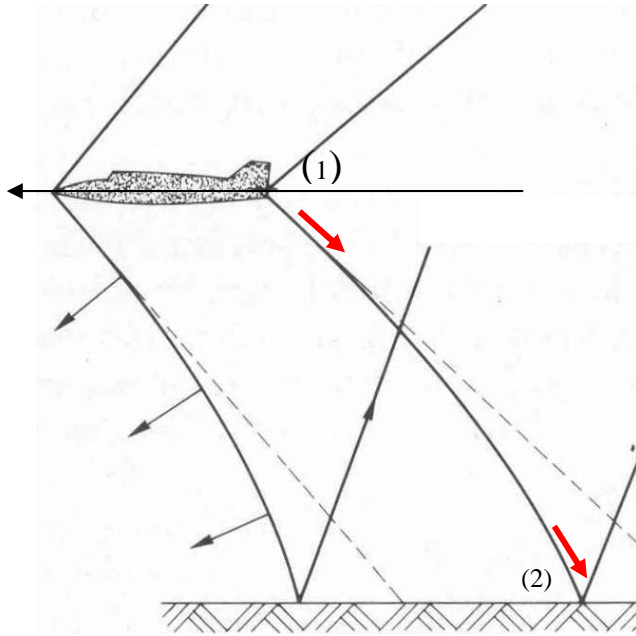


Ü 8.1 Freier Fall

Ein Stück Aluminium fällt aus einer Höhe von $z_1 = 1000 \text{ m}$ auf den Erdboden ($z_2 = 0$). Die Luftreibung wird vernachlässigt und es findet auch kein Energieaustausch mit der Umgebung statt. Beim Aufprall dringt der Körper in das Erdreich ein und erwärmt sich infolge der dabei entstehenden Reibung.



ges.:

Auf welche Temperatur erwärmt sich dabei das Bauteil?

Gemäß dem ersten Hauptsatz wird die potentielle Energie dabei vollständig in innere Energie des Aluminiumstückes umgewandelt.

$$U_2 - U_1 = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1) = E_{pot1} - E_{pot2} = m \cdot g \cdot (z_1 - z_2)$$

mit

$$c_{Al} = 920 \frac{J}{kg \cdot K}$$

ergibt sich die Temperaturerhöhung ΔT zu

$$\Delta T = \frac{g \cdot (z_1 - z_2)}{c_{Al}} = \frac{9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 1000 m}{920 \frac{J}{kg \cdot K}} = 10.7 K$$

Ü 8.2 Berechnung der Wahrscheinlichkeit, daß sich alle Luftmoleküle in ein der gleichen Zimmerhälfte befinden

$$\begin{aligned} \text{Volumen:} & \quad V = 50 \text{ m}^3 \\ \text{Dichte:} & \quad \rho = 1.225 \text{ kg/m}^3 \\ \text{Molmasse} & \quad M = 28.9647 \text{ kg/kmol} \\ \text{Avogadro-Konstante:} & \quad N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol} \end{aligned}$$

$$m = \rho \cdot V = 1.225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 50 \text{ m}^3 = 61.25 \text{ kg}$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{61.25 \text{ kg}}{28.9647 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 2.115 \text{ kmol}$$

$$N = n \cdot N_A = 2115 \text{ mol} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 1.27 \cdot 10^{27}$$

Bei einem Zimmervolumen von z.B. $V = 50 \text{ m}^3$ wären das ca. $N = 1.27 \cdot 10^{27}$ Moleküle und die Wahrscheinlichkeit für diesen Zustand wäre, zum Glück für die in der anderen Hälfte des Raumes sich aufhaltenden Personen, entsprechend gering:

$$p = 2^{-(1.27 \cdot 10^{27})}$$

Ü 8.3 Entropieänderung bei Kompression von Luft

Anfangszustand (1)

$$\begin{aligned} p_1 &= 110 \quad [\text{kPa}] \\ T_1 &= 27 \quad [^\circ\text{C}] \end{aligned}$$

Endzustand (2)

$$\begin{aligned} p_2 &= 1.5 \quad [\text{MPa}] \\ T_2 &= 247 \quad [^\circ\text{C}] \end{aligned}$$

ges.:

- Änderung der spezifischen Entropie unter der Annahme konstanter Wärmekapazität von Luft bei der Kompression von (1) nach (2)
- Welche Endtemperatur T_2 ergibt sich bei einer isentropen (= adiabat reversiblen = verlustfreien) Kompression von Luft auf den gleichen Enddruck?

a) Entropieänderung idealer Gase bei konstanter spezifischer Wärmekapazität

$$s_2 - s_1 = \bar{c}_{p12} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

Berechnung einer mittleren Temperatur \bar{T}_{12} zur Bestimmung von \bar{c}_{p12}

$$\bar{T}_{12} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{(27 + 273.15) + (247 + 273.15)}{2} = 410.15 \text{ [K]} = 137 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

$$\bar{c}_{p12}(\bar{T}_{12}) \approx \bar{c}_{p12}(140^\circ\text{C}) = 1.0082 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

Ü 8.3 Entropieänderung bei Kompression von Luft

$$s_2 - s_1 = 1008.2 \cdot \ln\left(\frac{247 + 273.15}{27 + 273.15}\right) - 287.05 \cdot \ln\left(\frac{1.5}{0.11}\right)$$

$$s_2 - s_1 = -195.64 \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

b) Isentrope (= adiabat reversible = verlustfreie) Kompression von Luft

Anfangszustand (1)

$$\begin{aligned} p_1 &= 110 & [\text{kPa}] \\ T_1 &= 27 & [^\circ\text{C}] \end{aligned}$$

Endzustand (2)

$$\begin{aligned} p_2 &= 1.5 & [\text{MPa}] \\ T_{2,rev} &= ? & [^\circ\text{C}] \end{aligned}$$

Adiabate Zustandsänderung

$$\frac{T_1}{T_{2,rev}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \Rightarrow T_{2,rev} = T_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

$$T_{2,rev} = (27 + 273.15) \cdot \left(\frac{0.11}{1.5}\right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} = 633.2 [\text{K}] = 360 [^\circ\text{C}]$$

Temperatur am Ende der verlustfreien (= isentropen) Kompression $T_{2,rev} = 360 \text{ }^\circ\text{C}$ ist deutlich höher als die beim ersten Prozeß vorgegebene Endtemperatur von $T_2 = 247 \text{ }^\circ\text{C}$

⇒ Während dem Kompressionsvorgang wurde dem System Wärme entzogen und somit die Entropie verringert

Zum Vergleich: Isentrope Kompression

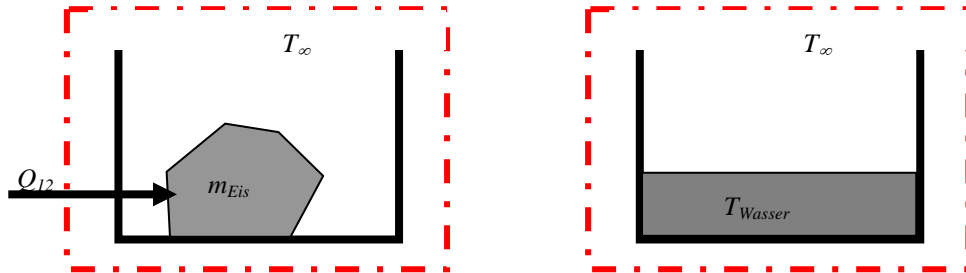
isentrop (= adiabat $Q_{12} = 0$ reversibel = verlustfreier) Vorgang

$$s_2 - s_1 = 0$$

realer (= verlustbehafteter) Vorgang mit Wärmeentzug, d.h. $Q_{12} < 0$

$$s_2 - s_1 = -195.64 \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

Ü 8.4 Entropieänderung bei abschmelzendem Eis



$$\begin{aligned}
 T_\infty &= 25 \quad [^\circ\text{C}] \\
 m_{\text{Eis}} &= 10 \quad [\text{kg}] \\
 T_{\text{Eis}} &= -5 \quad [^\circ\text{C}] \\
 T_{\text{Wasser}} &= 20 \quad [^\circ\text{C}]
 \end{aligned}$$

ges.:

- a) Wärmemenge Q_{12} , die durch das Abschmelzen der Umgebung entzogen wird
- b) Entropieänderung $S_2 - S_1$ im System

Schmelzprozeß

$$\begin{aligned}
 \text{Gesamtwärme } Q_{12} &= \\
 &+ \text{Wärmezufuhr feste Phase (Eis)} \quad T_{\text{Eis}} = -5 [^\circ\text{C}] \Rightarrow T_{\text{Eis}} = 0 [^\circ\text{C}]: \quad Q_{1s} \\
 &+ \text{Schmelzwärme fest/flüssig} \quad Q_{\text{schmelz}} \\
 &+ \text{Wärmezufuhr flüssige Phase (Wasser)} \quad T_{\text{Wasser}} = 0 [^\circ\text{C}] \Rightarrow T_{\text{Wasser}} = 20 [^\circ\text{C}]: \quad Q_{s2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{12} &= Q_{1s} + Q_{\text{schmelz}} + Q_{s2} \\
 Q_{12} &= m \cdot [c_{\text{Eis}} \cdot (T_{\text{Eis},2} - T_{\text{Eis},1}) + \sigma_{\text{Eis}} + c_{\text{Wasser}} \cdot (T_{\text{Wasser},2} - T_{\text{Wasser},1})]
 \end{aligned}$$

Skript: Tab. 14.8 Stoffwerte (S.189,190)

$$\begin{aligned}
 c_{\text{Eis}} &= 1930 \quad [\text{J/kg}\cdot\text{K}] \\
 c_{\text{Wasser}} &= 4183 \quad [\text{J/kg}\cdot\text{K}]
 \end{aligned}$$

Skript: Tab. 4-1 Schmelzwärmen und Schmelztemperaturen bei $p = 10^5$ [Pa] (S.18)

Stoff		spezifische Schmelzwärme σ [KJ/kg]	Schmelztemperatur ϑ [°C]
Aluminium	Al	356	658
Blei	Pb	23.9	327.3
Eisen (rein)	Fe	207	1530
Stahl	Fe + 0.2%C	ca. 209	ca. 1500
Grauguß	Fe + 2.0%C	ca. 96	ca. 1200
Kupfer	Cu	209	1083
Ammoniak	NH ₃	339	-77.9
Äthylalkohol	C ₂ H ₅ OH	108	-114.2
Schwefeldioxid	SO ₂	116.8	-75.5
Quecksilber	Hg	11.3	-38.9
Wasser (Eis)	H ₂ O	333.5	0

Ü 8.4 Entropieänderung bei abschmelzendem Eis

Zu- bzw. abgeführte Wärme

$$Q_{12} = m \cdot [c_{Eis} \cdot (T_{Eis,2} - T_{Eis,1}) + \sigma_{Eis} + c_{Wasser} \cdot (T_{Wasser,2} - T_{Wasser,1})]$$

$$Q_{12} = 10 \cdot [1930 \cdot (0 + 5) + 333.5 \cdot 10^3 + 4183 \cdot (20 - 0)] = 4268.1 [kJ]$$

$$Q_{12} > 0$$

⇒ Für den Schmelzprozeß muß dem System aus der Umgebung Wärme zugeführt werden

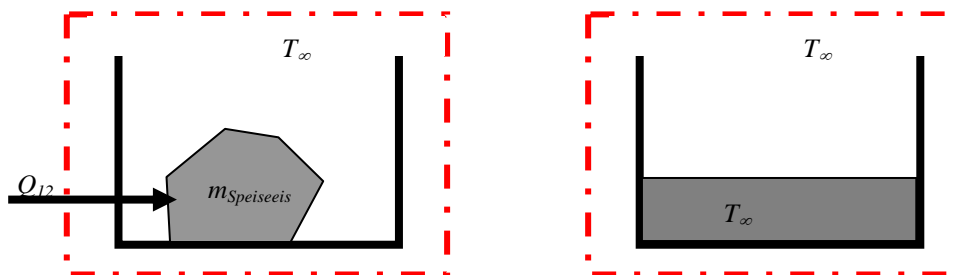
Entropieänderung im System beim Abschmelzen bei einer Umgebungstemperatur von $T_\infty = 25 [^\circ\text{C}]$

$$S_2 - S_1 = \frac{Q_{12}}{T_\infty} = \frac{4268.1 \cdot 10^3}{25 + 273.15} = 14.315 \left[\frac{kJ}{K} \right]$$

$$S_2 - S_1 > 0$$

⇒ Entropie im System nimmt zu
 ⇒ Schmelzprozeß kann von alleine ablaufen

Ü 8.5 Schlankwerden durch den Konsum von Speiseeis



Körpertemperatur

$$T_\infty = 37.5 [^\circ\text{C}]$$

Speiseeis aus der Kühltruhe

$$T_{Eis} = -18 [^\circ\text{C}]$$

Packungsinhalt

$$V_{Eis} = 200 [\text{ml}]$$

Nährwert pro 100 ml

$$E_{Eis} = 150 [\text{kcal}]$$

ges.:

Wärmemenge Q_{12} , die durch das Abschmelzen dem Körper entzogen wird

Hinweis

Stoffwerte von Speiseeis entsprechen in erster Näherung denen von Wasser

Ü 8.5 Schlankwerden durch den Konsum von Speiseeis

Stoffwerte von Speiseeis entsprechen in erster Näherung denen von Wasser

$$\begin{aligned}
 c_{Eis} &= 1.930 \quad [\text{kJ/kg}\cdot\text{K}] \\
 c_{Wasser} &= 4.183 \quad [\text{kJ/kg}\cdot\text{K}] \\
 \sigma_{Eis} &= 333.5 \quad [\text{kJ/kg}] \\
 \rho_{Eis} &= 1000 \quad [\text{kg/m}^3]
 \end{aligned}$$

Erforderliche Wärmemenge

$$\begin{aligned}
 Q_{12} &= m \cdot [c_{Eis} \cdot (T_{Eis,2} - T_{Eis,1}) + \sigma_{Eis} + c_{Wasser} \cdot (T_{Wasser,2} - T_{Wasser,1})] \\
 Q_{12} &= 0.2 \cdot [1.93 \cdot (0 + 18) + 333.5 + 4.183 \cdot (37.5 - 0)] = 105.02 \text{ [kJ]}
 \end{aligned}$$

Dem Körper zugeführte Energie (Nährwert)

$$E_{Eis} = 150 \text{ [kcal]} \cdot 4.183 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kcal}} \right] \cdot \frac{0.2 \text{ [l]}}{0.1 \text{ [l]}} = 1254.9 \text{ [kJ]}$$

Energiebilanz im Körper

$$\begin{aligned}
 \Delta E &= Q_{12} + E_{Eis} \\
 \Delta E &= -105.02 + 1254.9 = 1149.9 \text{ [kJ]} \\
 \Delta E &> 0
 \end{aligned}$$

⇒ Energiebilanz ist positiv, d.h. unter diesen Randbedingungen ist eine Gewichtsabnahme nicht möglich

alternativ

Auf welche Temperatur müssten Sie die Gefriertruhe abkühlen um eine Nettoenergiebilanz im Körper von $\Delta E = 0$ zu erhalten?