Ü 9.1 Aufheizung einer Preßluftflasche

Eine Preßluftflasche, in der sich 1.84 kg Luft bei einem Druck von p_1 = 1.74 bar und einer Temperatur von T_1 = 10°C befinden, heizt sich durch Sonneneinstrahlung auf 98 °C auf.

Gesucht sind die zugeführte Wärmemenge Q_{12}, der Druck p_2 , das Volumen der Flasche V und die Änderung der inneren Energie $U_2 - U_1$
Der über den Temperaturbereich 10°C bis 98°C gemittelte Wert für die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck c_p beträgt c_p = 1007.6 J/(kg·K)

Die zugeführte Wärmemenge bei isochorer Zustandsänderung berechnet sich aus

$$Q_{12} = U_2 - U_1 = m \cdot \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) \cdot dT = m \cdot \bar{c}_v \cdot (T_2 - T_1)$$

mit

$$\bar{c}_v = \bar{c}_p - R$$

ergibt sich die mittlere spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen cv zu

$$\bar{c}_v = 720.5 \frac{J}{kg \cdot K}$$

Die zugeführte Wärmemenge bzw. die Änderung der inneren Energie beträgt also

$$Q_{12} = U_2 - U_1 = 1.84\,kg \cdot 720.5 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (98°C - 10°C) = 116.66\,kJ$$

Der Druck am Ende der Aufheizung beträgt

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 2.28\,bar$$

Das Volumen der Flasche ergibt sich aus der Gasgleichung zu

$$V = \frac{m \cdot R \cdot T_1}{p_1} = 0.8593\,m^3$$

Ü 9.2 Isobare Expansion

Luft expandiert bei konstantem Druck p_1 = 2.74 bar infolge von Wärmezufuhr vom Volumen V_1 = 3.74 m³ und der Temperatur T_1 = 13°C auf V_2 = 8.81 m³. Die Gaskonstante der Luft beträgt R = 287.1 J/kgK

Gesucht sind
- die Masse m der Luft,
- die Temperatur T_2,
- die zugeführte Wärmemenge Q_{12},
- die Volumenänderungsarbeit W_{V12},

Ü 9.2 Isobare Expansion

a) Aus der Gasgleichung folgt

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R \cdot T_1} = 12.48\,kg$$

b) Für eine isobare Expansion gilt

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{V_2}{V_1} = 674.1\,K = 400.9\,°C$$

c) Zugeführte Wärmemenge

$$Q_{12} = m \cdot \bar{c}_{p_{12}} \cdot (T_2 - T_1)$$

mit

$$\bar{c}_{p_{12}} = c_p \Big|_{13°C}^{400.9°C} = 1016.28 \frac{J}{kg \cdot K}$$

ergibt sich

$$Q_{12} = 4.91956 \cdot 10^6\,J$$

d) Volumenänderungsarbeit

$$W_{V_{12}} = -\,p_1 \cdot (V_2 - V_1) = -1.3894 \cdot 10^6\,J$$

Ü 9.3 Isotherme Kompression von Luft

Luft soll bei einer konstanten Temperatur von T_1 = 25°C vom Volumen V_1 = 0.83 m³ und dem Anfangsdruck p_1 = 3.02 bar auf das Endvolumen V_2 = 0.42 m³ isotherm komprimiert werden.

Gesucht sind
- die Masse m der Luft,
- der Druck p_2,
- die Volumenänderungsarbeit W_{V12},
- die abgeführte Wärmemenge Q_{12},
- die Änderung der inneren Energie U_2 - U_1

a) Aus der Gasgleichung folgt

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R \cdot T_1} = 2.93\,kg$$

b) Für isotherme Zustandsänderungen gilt

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2} = 5.97\,bar$$

c) Volumenänderungsarbeit

$$W_{V12} = -\,p_1 \cdot V_1 \cdot ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 170.7\,kJ$$

Ü 9.3 Isotherme Kompression von Luft

d) Abgeführte Wärmemenge

$$Q_{12} = -W_{V_{12}} = -170.7\,kJ$$

e) Änderung der inneren Energie: Für isotherme Zustandsänderungen gilt: $\Delta U = 0$

Ü 9.4 Adiabate Kompression von Luft

Mit den Angaben aus Ü 9.3 soll eine adiabate Kompression berechnet werden, $\kappa_{Luft} = 1.4$, d.h. Luft soll bei einer konstanten Temperatur von $T_1 = 25°C$ vom Volumen $V_1 = 0.83\ m^3$ und dem Anfangsdruck $p_1 = 3.02$ bar auf das Endvolumen $V_2 = 0.42\ m^3$ adiabat komprimiert werden.

- der Druck p_2,
- die Temperatur T_2,
- die Volumenänderungsarbeit W_{V12},
- die abgeführte Wärmemenge Q_{12},
- die Änderung der inneren Energie U_2 - U_1

a) Die Adiabatengleichung ergibt

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa} = 7.84\,bar$$

b) Temperatur T_2

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = 391.5\,K$$

c) Volumenänderungsarbeit W_{V12}

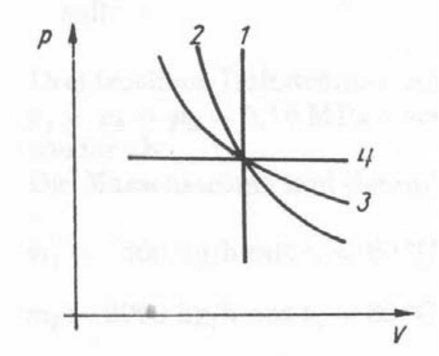
$$W_{V_{12}} = \frac{p_1 \cdot V_1}{\kappa - 1} \cdot \left[\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - 1\right] = 1.96268 \cdot 10^5\ J$$

d) Änderung der inneren Energie U_2 - U_1

$$U_2 - U_1 = W_{V_{12}} = 1.96268 \cdot 10^5\ J$$

Ü 9.5 Zustandsänderungen

Skizieren Sie vier besondere Zustandsänderungen für ideale Gase und geben Sie dazugehörigen Zustandsgleichungen an



1.	Isochore	v = const.	$\frac{p_2}{p_1}=\frac{T_2}{T_1}$
2.	Isentrope	s = const.	$p_1 \cdot v_1{}^{\kappa}=p_2 \cdot v_2{}^{\kappa}$
3.	Isotherme	T = const.	$p_1 \cdot v_1=p_2 \cdot v_2$
4.	Isobare	p = const.	$\frac{v_2}{v_1}=\frac{T_2}{T_1}$

Ü 9.6 Isotherme Zustandsänderung

Welcher Zusammenhang besteht bei einer isothermen Zustandsänderung zwischen zu- bzw. abgeführter Wärme und technischer Arbeit?

Isotherm bedeutet $T_1 = T_2 = T = \text{const.}$, d.h. die Enthalpie bleibt unverändert und der erste Hauptsatz reduziert sich auf

$q_{12}+w_{t,12}=0$ bzw. $q_{12}=-w_{t,12}$

Bei isothermer Kompression muß genauso viel Wärme abgeführt werden, wie technische Arbeit zugeführt wird, bzw.
bei isothermer Expansion muß ebenso viel Wärme zugeführt werden, wie dem System technische Arbeit entnommen wird.

Ü 9.7 Isentrope Zustandsänderung

Wie verhalten sich bei isentroper Zustandsänderung Druck und Temperatur?

Bei isentroper Kompression steigen Druck und Temperatur, die zugeführte technische Arbeit erhöht die Enthalpie

$$\frac{T_1}{T_2}=\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

Bei isentroper Expansion sinken Druck und Temperatur, das System gibt technische Arbeit ab und die Enthalpie sinkt.

Ü 9.8 Isentrope Expansion

In einer Preßluftflasche mit V = 40 l befindet sich Luft unter p_1 = 15 MPa bei Umgebungstemperatur von T = 20°C. Nach dem Öffnen des Ventils sinkt der Druck in der Flasche rasch auf p_2 = 7.5 MPa ab, anschließend wird das Ventil wieder geschlossen.
Während dem Ausströmvorgang fand kein Wärmeaustausch zwischen Flascheninhalt und Umgebung statt. Nach dem Schließen erhöht sich der Druck in der Flasche , da sich die Temperatur der verbleibenden Luft wieder der Umgebungstemperatur angleicht.

a) Welche Temperatur T_2 stellt sich direkt nach dem Ausströmen aus der Flasche ein?
b) Welche Gasmasse strömt aus der Flasche?
c) Welcher Druck stellt sich nach dem Temperaturausgleich mit der Umgebung ein?
d) Welche Gasmasse würde aus der Flasche strömen, wenn der Ausströmvorgang langsam bei konstanter Temperatur T_∞ = 20°C auf p_2 = 7.5 MPa erfolgen würde?

a) Kein Wärmeaustausch zwischen Flascheninhalt und Umgebung aufgrund des raschen Ausströmens der Luft $\Rightarrow$ Isentrope Expansion

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = (20+273.15)\cdot\left(\frac{15}{7.5}\right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} = 240.5\,[K]$$

b) Masse der Luft vor dem Ausströmvorgang

$$m_1 = \frac{p_1 \cdot V}{R \cdot T_1}$$

Masse der Luft nach dem Ausströmvorgang

$$m_2 = \frac{p_2 \cdot V}{R \cdot T_2}$$

Ausgeströmte Gasmasse

$$\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{p_2 \cdot V}{R \cdot T_2} - \frac{p_1 \cdot V}{R \cdot T_1} = \frac{V}{R}\cdot\left(\frac{p_2}{T_2} - \frac{p_1}{T_1}\right)$$

$$\Delta m = \frac{0.04 \cdot 10^6}{287.05}\cdot\left(\frac{7.5}{240.5} - \frac{15}{293.15}\right) = -\,2.78\,[kg]$$

c) Druck in der Flasche nach Temperaturausgleich mit der Umgebung auf T_∞

$$m_2 = \frac{p_2 \cdot V}{R \cdot T_2} = \frac{7.5 \cdot 10^6 \cdot 0.04}{287.05 \cdot 240.5} = 4.346\,[kg]$$

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T \quad \Rightarrow \quad p_3 = \frac{m_2 \cdot R \cdot T_\infty}{V} = \frac{4.346 \cdot 287.05 \cdot 293.15}{0.04} = 9.143\,[MPa]$$

d) Ausgeströmte Gasmenge bei isothermem Ausströmen bei T_∞ = 20°C

$$\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{p_2 \cdot V}{R \cdot T_\infty} - \frac{p_1 \cdot V}{R \cdot T_\infty} = \frac{V}{R \cdot T_\infty}\cdot(p_2 - p_1)$$

$$\Delta m = \frac{0.04}{287.05 \cdot 293.15}\cdot(7.5-15)\cdot 10^6 = -\,3.565\,[kg]$$

Ü 9.9 Wasser-Naßdampf

In einem geschlossenen Behälter mit V = 1 m³ befindet sich Wasser-Naßdampf mit einem Dampfanteil von 60% bei einem Druck von p = 5 MPa.

Zu berechnen sind
- a) das spezifische Volumen v des Naßdampfes
- b) Masse des Naßdampfes m und des Wassers m_W
- c) Spezifische Enthalpie des Naßdampfes

a) Dampftafel für Wasser (Tab. 14.4) liefert für p = 5 MPa

p	ϑ	v'	v''	h'	h''	s'	s''
[bar]	[°C]	[m³/kg]	[m³/kg]	[kJ/kg]	[kJ/kg]	[kJ/(kg K)]	[kJ/(kg K)]
50	263.9	0.001286	0.03943	1155	2794	2.921	5.974

$$v = (1 - x_D) \cdot v' + x_D \cdot v'' = (1 - 0.6) \cdot 0.001286 + 0.6 \cdot 0.03943 \left[m^3/kg\right]$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v = 0.0242 \left[m^3/kg\right]}$$

b) Masse des Naßdampfes und des Wassers

$$m = \frac{V}{v} = \frac{1}{0.0242}[kg] \quad \Rightarrow \quad \boxed{m = 41.32[kg]}$$

$$m_W = (1 - x_D) \cdot m = (1 - 0.6) \cdot 41.32\ [kg] \quad \Rightarrow \quad \boxed{m_W = 16.53[kg]}$$

c) Spezifische Enthalpie des Naßdampfes

$$h = (1 - x_D) \cdot h' + x_D \cdot h'' = (1 - 0.6) \cdot 1155 + 0.6 \cdot 2794 \left[kJ/kg\right] \quad \Rightarrow \quad \boxed{h = 2138.4 \left[kJ/kg\right]}$$

Ü 9.10 Klimaanlage

In einem Raum beträgt die Lufttemperatur T = 20°C und die relative Feuchte φ = 80%. Durch Kühlung der Luft bei konstanter absoluter Feuchte x sinkt die spez. Enthalpie um Δh = 20 [kJ/kg trockene Luft], ein Teil des Wassers kondensiert und wird abgeschieden. Anschließend wird die Luft wieder auf T = 20°C erwärmt.

- a) Wieviel Wasser wurde bei welcher Temperatur entfernt?
- b) Wieviel Energie ist erforderlich, um die Luft wieder auf T = 20°C zu erwärmen?
- c) Auf welchen Wert wird die absolute Feuchte x reduziert?
- d) Welchen Wert nimmt die relative Feuchte φ an?

Lösung mit Hilfe des h,x-Diagramms (Abb. 14.1)

Punkt (1)

T_1 = 20°C

φ_1 = 80%

h_1 = 50 [kJ/kg]

x_1 = 11.8 [g Wasser/kg Luft]

Prozeßführung

(1) – (2)
Kühlung der Luft bei konstanter absoluter Feuchte x, Abnahme der spez. Enthalpie um Δh = 20 [kJ/kg trockene Luft]

Punkt (2)

T_2 = 10°C
φ_2 = 100%
h_2 = 30 [kJ/kg]
$x_2 = x_1$ = 11.8 [g Wasser/kg Luft]

(2) – (3)
Abführen des Wassers bei T_2= 10°C = const.

Punkt (3)

$T_3 = T_2$ = 10°C
$\varphi_3 = \varphi_2$= 100%
$h_3 = h_2$ = 30 [kJ/kg]
x_3 = 7.9 [g Wasser/kg Luft]

(3) – (4)
Erwärmen der Luft auf T_2 = 20°C

Punkt (4)

T_4 = 20°C
φ_4 = 55%
h_4 = 40 [kJ/kg]
$x_4 = x_3$ = 7.9 [g Wasser/kg Luft]

a) Wieviel Wasser wurde bei welcher Temperatur entfernt?

$$\frac{x_4}{x_1} = \frac{7.9}{11.8} = 0.67 \quad \Rightarrow$$ Absolute Feuchte wurde um 33% verringert,

Wasserabfuhr bei T_2 = 10°C

b) Wieviel Energie ist erforderlich, um die Luft wieder auf T_2 = 20°C zu erwärmen?

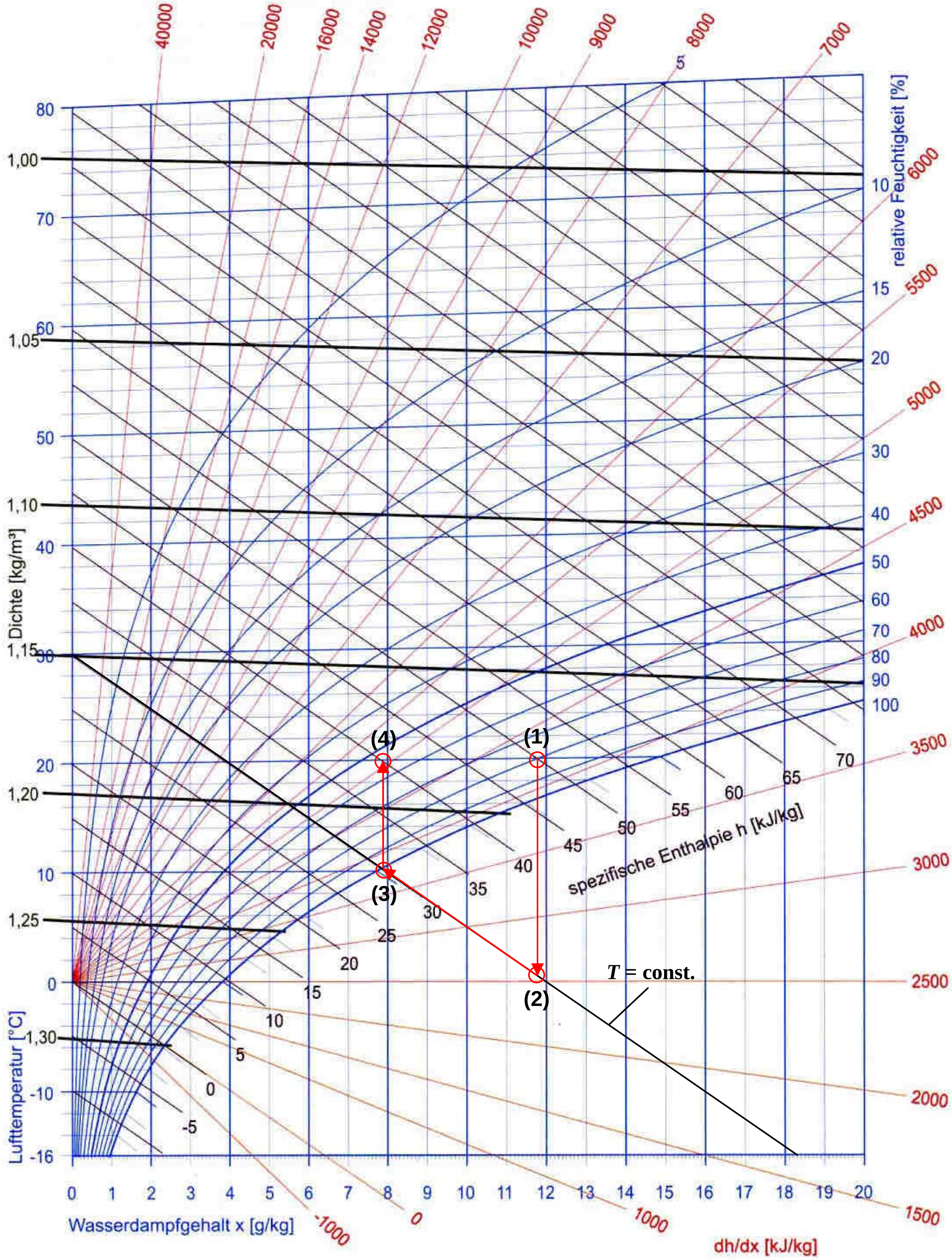
$$q_{zu} = h_4 - h_3 = 40 - 30 = 10\left[kJ/kg\right]$$

c) Auf welchen Wert wird die absolute Feuchte x reduziert?

$$x = x_4 = 7.9\left[g\,Wasser/kg\,Luft\right]$$

d) Welchen Wert nimmt die relative Feuchte φ an?

$$\varphi = \varphi_4 = 55\left[\%\right]$$



relative Feuchtigkeit [%]
Dichte [kg/m³]
Lufttemperatur [°C]
Wasserdampfgehalt x [g/kg]
spezifische Enthalpie h [kJ/kg]
dh/dx [kJ/kg]
(1)
(2)
(3)
(4)
T = const.